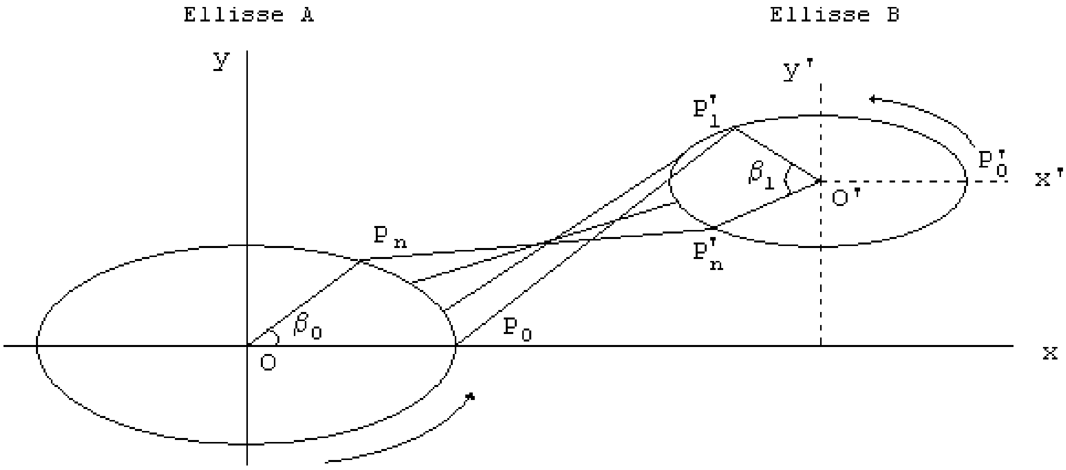
BEZIER E LE CURVE NOTE

Negli esempi dei capitoli precedenti abbiamo visto come trasformare i segmenti di Bezier in curve; ora vogliamo vedere come date due curve note è possibile applicare i concetti di Bezier.



CURPUN Fig 150

Come si vede dalla fig 150 gli angoli al centro sono indicati con β ma il confronto viene fatto tramite i valori parametrici, valori di una circonferenza di riferimento:

$$A \begin{cases} q_0 \cos\alpha_0 \\ m_0 \sin\alpha_0 \end{cases} \qquad B \begin{cases} q_1 \cos\alpha_1 \\ m_1 \sin\alpha_1 \end{cases}$$

con O'(a,b) e gli angoli delle sezioni di Ellisse β_0 *e* β_1, legati dalla formula generale $\tan\alpha = \frac{q}{m}\tan\beta$ e gli angoli $x'P_1' = \beta_0'$ e $x'P_n' = \beta_n'$ dove $\beta_n' - \beta_0' = \beta_1$, ricordando che non è possibile calcolare α da β_1.
Avremo che ogni α varierà il suo valore:

$$\alpha_0 \in (0°, \alpha_0' = ArcTan\frac{q_0}{m_0}\tan\beta_0) \text{ e } \alpha_1 \in (\alpha_1' = ArcTan\frac{q_1}{m_1}\tan\beta_0';\ \alpha_n' = ArcTan\frac{q_1}{m_1}\tan\beta_n'),$$

dove ArcTan sono i valori estremi degli angoli da P_0=0° a P_n e da P_1' a P_n' .

Secondo i dettami di Bezier i segmenti di livello che formeranno la curva risulteranno tutti compresi tra P_0P_1' *e* P_nP_n' (vedi Fig 150).
I segmenti di partenza saranno:

$$\begin{cases} OP_0 \cos\beta_0 = q_0 \cos(\alpha_0) = X_0 \\ OP_0 \sin\beta_0 = m_0 \sin(\alpha_0) = Y_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} OP_1' \cos\beta_1 = q_1 \cos(\alpha_1) + a = X_1 \\ OP_1' \sin\beta_1 = m_1 \sin(\alpha_1) + b = Y_1 \end{cases}$$

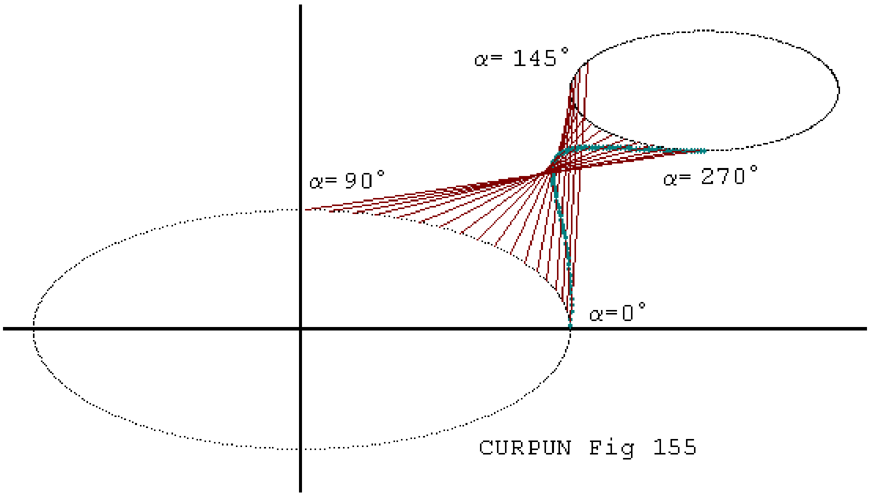
Tenendo presente che α_0 e α_1 in una equazione parametrica sono angoli di una circonferenza di riferimento e per un incremento identico per entrambi, posso scrivere $\frac{\alpha_n'-\alpha_1'}{\alpha_0'-0°}=d$ il che vuol dire $\alpha'_n=\alpha'_1+d\alpha_0$ e avere gli angoli parametrici governati da un solo valore per cui la generica distanza tra i punti delle due ellissi, sarà:

$$\begin{cases} P_0P_1'\cos\beta=(q_1\cos(\alpha'_n)+a)-q_0\cos(\alpha'_0) \\ P_0P_1'\sin\beta=(q_1\sin(\alpha'_n)+b)-q_0\sin(\alpha'_0) \end{cases}$$

distanza che frazionata (mediante parametro) da sinE dove E(0°,90°)ma rapportato al valore di α_0 di partenza:

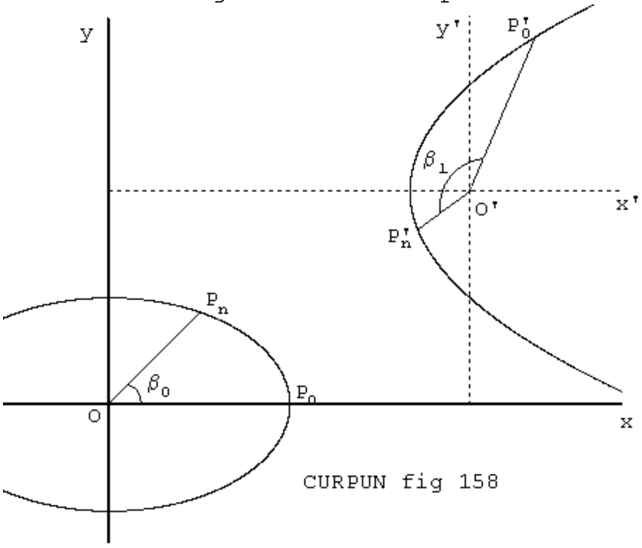
$$\begin{cases} P_0P_1'\cos\beta\sin E=[(q_1\cos(\alpha'_n)+a)-q_0\cos(\alpha'_0)]\sin E \\ P_0P_1'\sin\beta\sin E=[(q_1\sin(\alpha'_n)+b)-q_0\sin(\alpha'_0)]\sin E \end{cases}$$

espressione generica che vale per tutti i punti relativi ai nostri archi.
Tutto quanto detto è illustrato con il programma TEO-BEZIER E L'ELLISSE da cui la fig 155, dove sono tracciate anche le linee di Livello e in verde la curva risultato:



CURPUN Fig 155

Vogliamo anche far vedere un esempio tra due figure diverse, cioè tra una ellisse, come in fig 158 e una parabola:



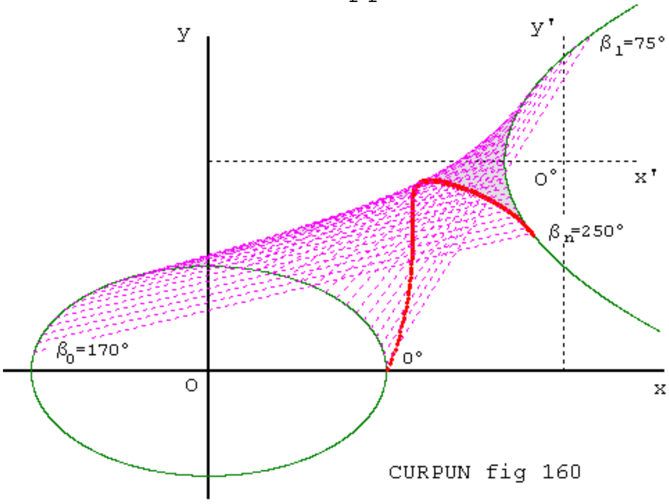
CURPUN fig 158

Questa volta però il rapporto tra gli angoli sarà fatto direttamente tra i valori di β.

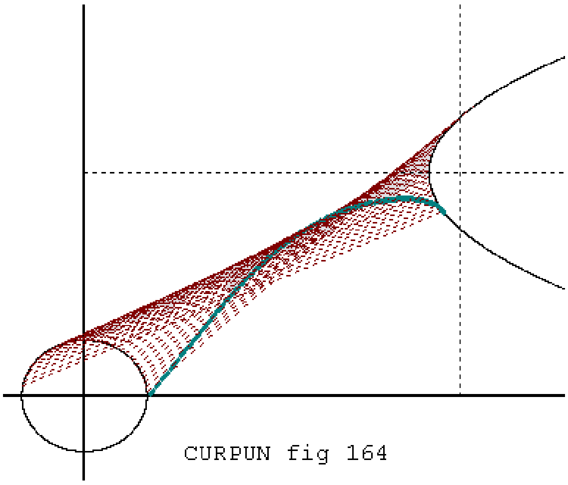
(Sarebbe stato più corretto il rapporto tra gli angoli Parametrici di una circonferenza di riferimento, ma qui interessa il metodo del tracciato delle curve).

Nel nostro caso i rapporti sono tra gli angoli: β_0 e β'_1 β'_n dove $\beta'_n - \beta'_1 = \beta_1$.

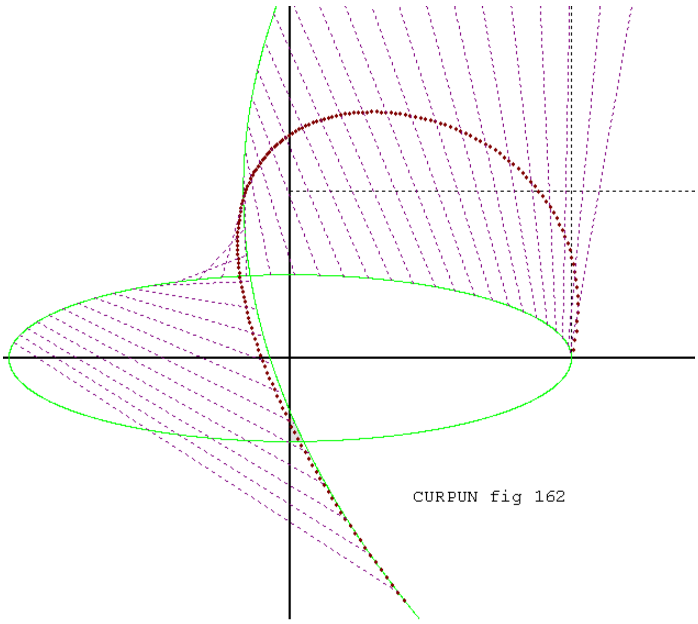
Il programma usato è TEO-BEZIER E LA PARABOLA e le figure 160-162-164 sono una sua applicazione.



CURPUN fig 160



CURPUN fig 164



CURPUN fig 162

I valori β sono gli stessi per tutte e tre le figure, mentre sono cambiati i valori parametrici delle figure.