

IX. CURVE: SPIRALI, ROSA E LAME'

SPIRALI

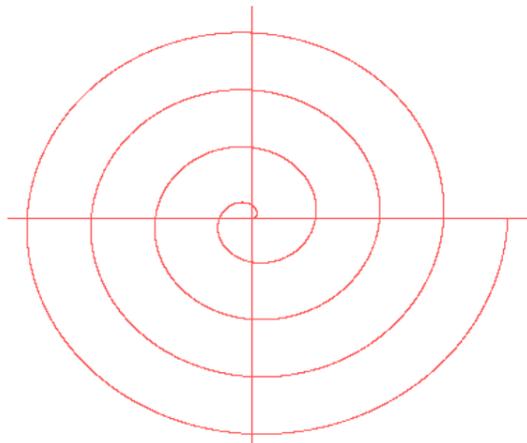
Spirale e' la curva descritta da una distanza OC intorno ad un punto O (origine) che si incrementa in modo proporzionale ad ogni giro o frazione di giro.

Se si considera la distanza OA in coordinate polari e l'anomalia φ (phi) di tali coordinate, il valore in radianti dell'angolo β nel relativo riferimento cartesiano, tale cioè che

$$\varphi = \frac{\beta\pi}{180} \text{ si avrà:}$$

1) Spirale d'Archimede:

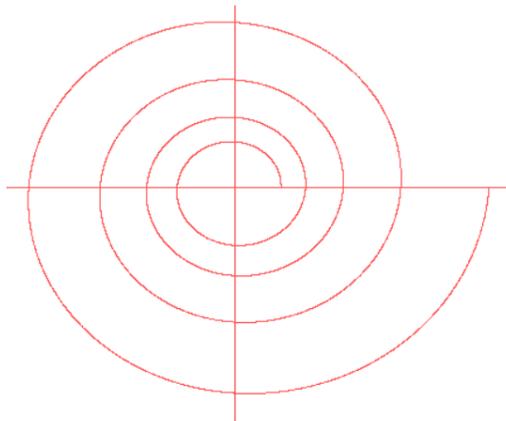
$$\begin{cases} \overline{OA} \cos \beta = K\varphi \cos \beta = x \\ \overline{OA} \sin \beta = K\varphi \sin \beta = y \end{cases} \quad \text{K fattore di posizione}$$



2) Spirale logaritmica:

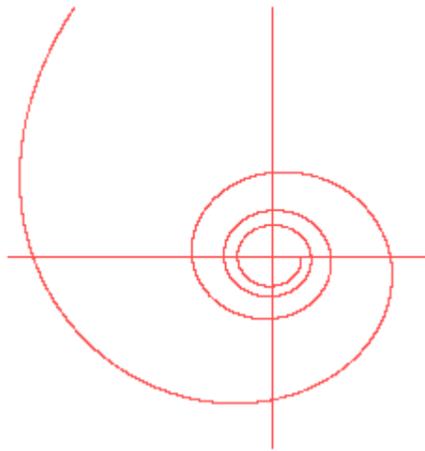
$$\begin{cases} K^\varphi \cos \beta = e^{(\varphi \log K)} \cos \beta = x \\ K^\varphi \sin \beta = e^{(\varphi \log K)} \sin \beta = y \end{cases}$$

(da Analisi Matematica - FICHERA)



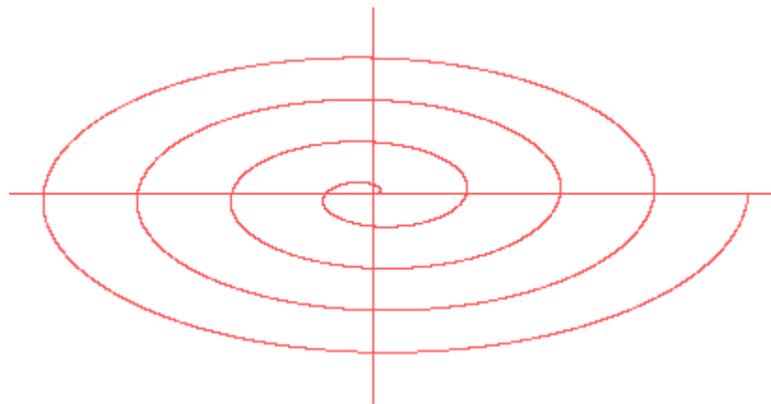
3) Spirale Iperbolica:

$$\begin{cases} \overline{OA} \cos \beta = x = \frac{K}{\alpha} \cos \alpha \\ \overline{OA} \sin \beta = y = \frac{K}{\alpha} \sin \alpha \end{cases} \quad \alpha \text{ in radianti}$$



3) Spirale Ellittica-Circolare:

$$\begin{cases} \overline{OA} \cos \beta = x = (q \cos \alpha) \alpha \\ \overline{OA} \sin \beta = y = (m \sin \alpha) \alpha \end{cases} \quad \alpha \text{ in radianti}$$



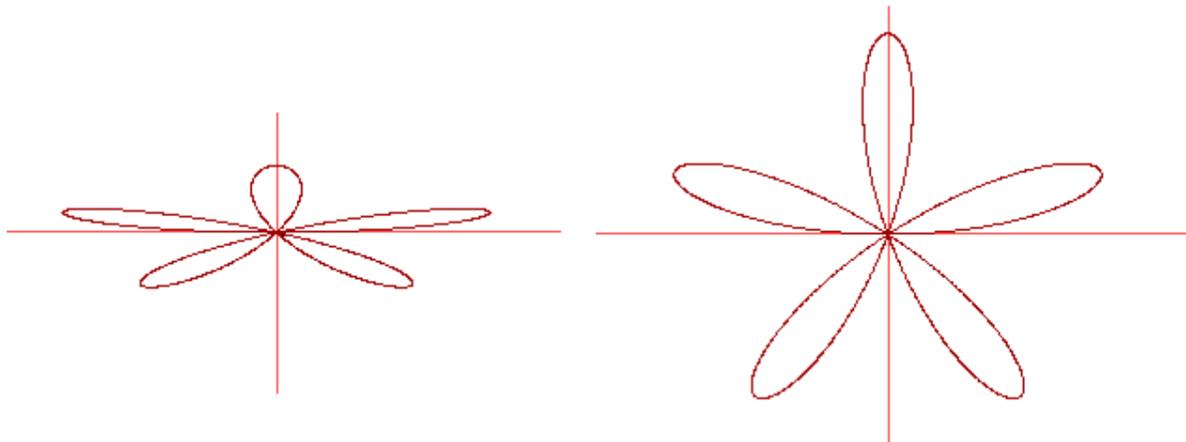
Nel caso Circolare (q=m) ricalca la Spirale d'Archimede.

LA ROSA

1) Ellittica o Circolare:

$$\begin{cases} OA \cos \beta = x = q \sin(\alpha p) \cos \alpha & \alpha \text{ in radianti} \\ OA \sin \beta = y = m \sin(\alpha p) \operatorname{sen} \alpha & p \text{ numero petali} \end{cases}$$

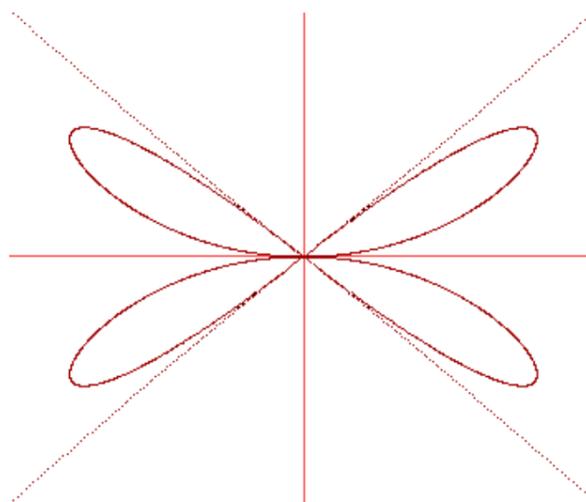
Esempio di rosa Ellittica e Circolare per p=5:



2) Iperbolica:

$$\begin{cases} OA \cos \beta = x = \frac{q \sin(\alpha p)}{\cos \alpha} \\ OA \operatorname{sen} \beta = y = m \sin(\alpha p) \tan \alpha \end{cases}$$

Esempio di Rosa Iperbolica Equilatera per p=3:



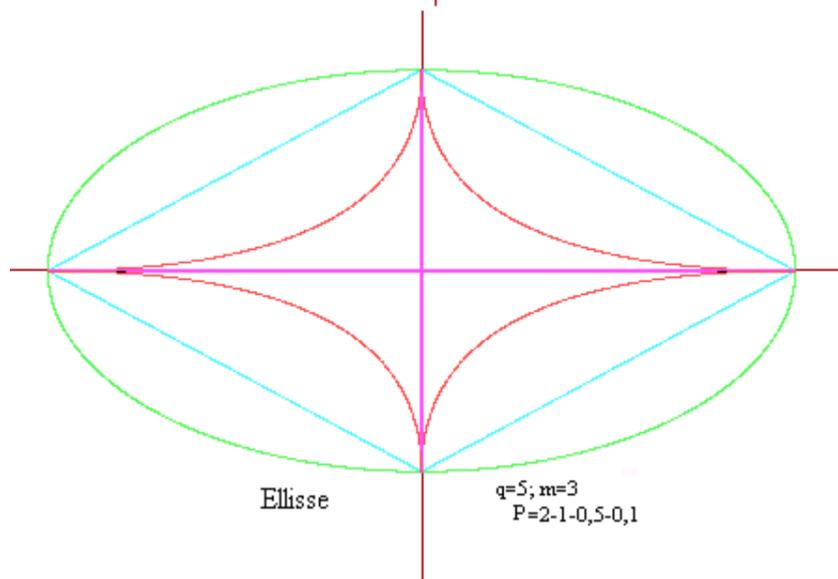
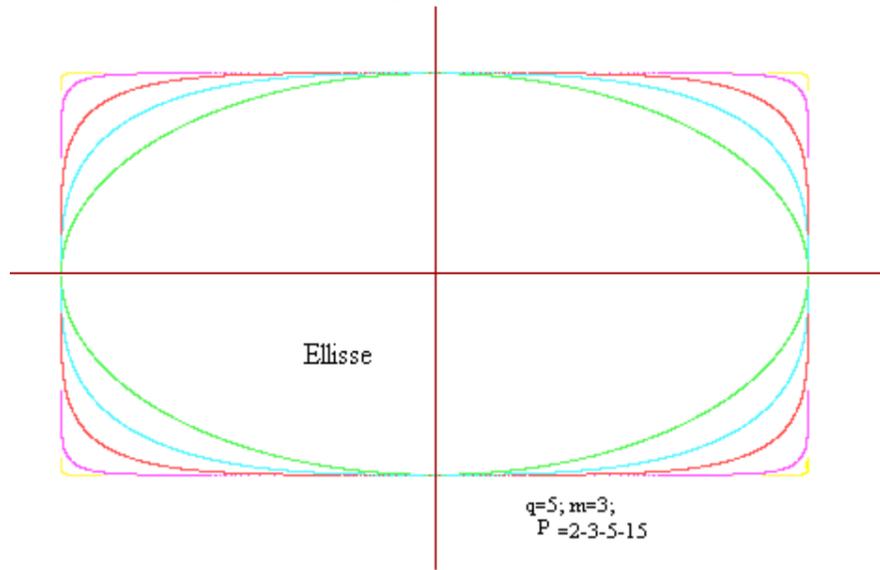
CURVE DI LAME'

Le curve di Lamé' sono le curve classiche: Ellisse e Circonferenza, Iperbole ed Iperbole Equilatera, Parabola, in cui il valore delle funzioni Trigonometriche sono elevate a potenza.

Ellisse e Circonferenza:

$$\begin{cases} \overline{OA} \cos \beta = x = q \sqrt[p]{\cos^2 \alpha} \\ \overline{OA} \sin \beta = y = m \sqrt[p]{\sin^2 \alpha} \end{cases} \quad \text{per } q = m \text{ si avrà la Circonferenza per } P=2 \text{ si}$$

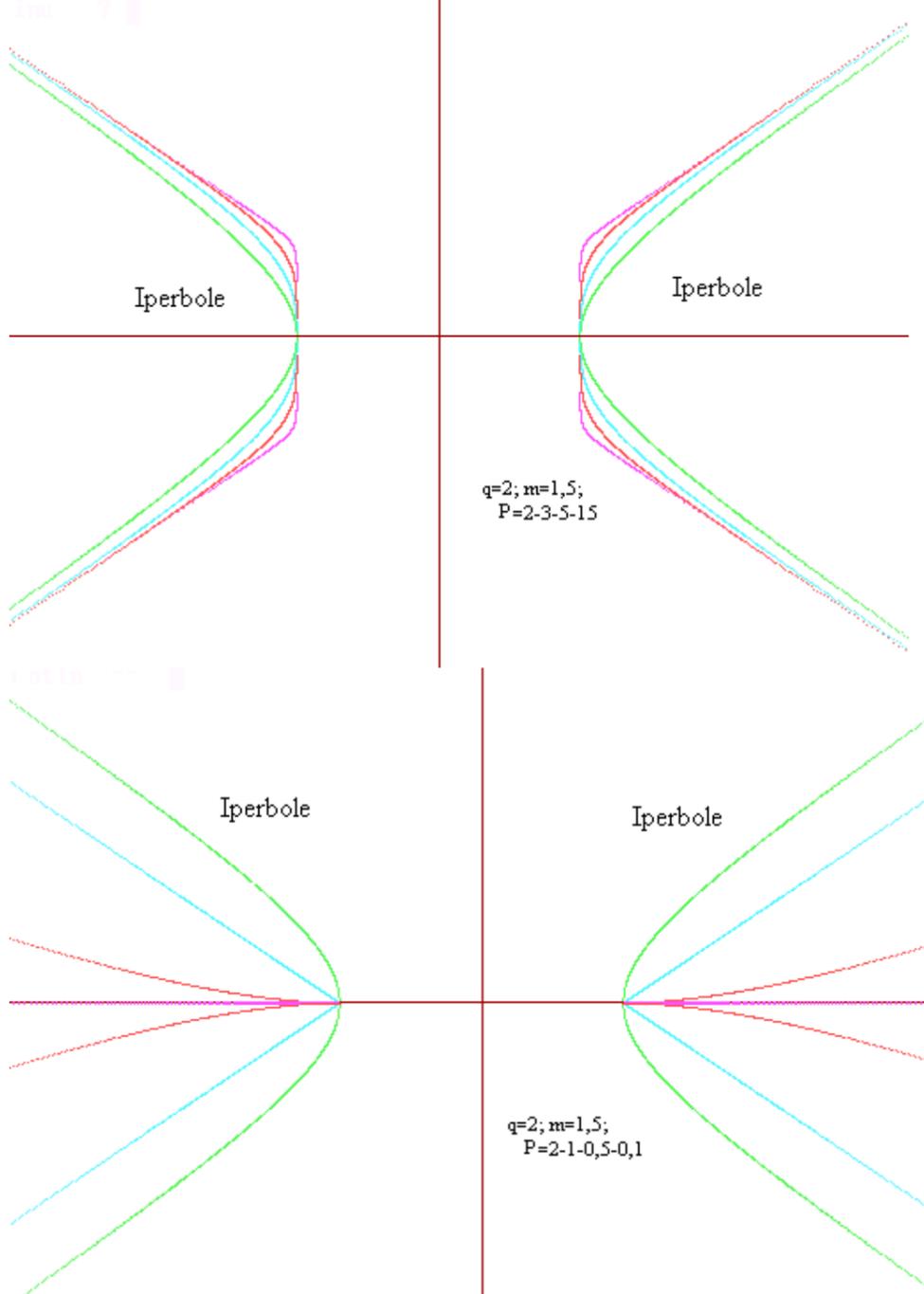
avrà la Ellisse o la Circonferenza.



Iperbole e Iperbole Equilatera:

$$\begin{cases} \overline{OA} \cos \beta = x = \frac{q}{\sqrt[\nu]{\cos^2 \alpha}} \\ \overline{OA} \sin \beta = y = m \sqrt[\nu]{\tan^2 \alpha} \end{cases} \quad \text{per } q = m \text{ si avrà l'Iperbole Equilatera per } P=2$$

si avrà la Iperbole o la Iperbole Equilatera



I valori di α sono compresi tra $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ in quanto il valore di ciascuna coordinata sarà $\pm x$ e $\pm y$ essendo presente un radicando che dà luogo a quattro combinazioni che completano la figura.

Parabola:

$$\begin{cases} (p+x)\cos\beta = x = \frac{\text{Par}}{1-\cos\beta} \sqrt{\cos^2\beta} \\ (p+x)\sin\beta = x = \frac{\text{Par}}{1-\cos\beta} \sqrt{\sin^2\beta} \end{cases}$$

Il valore di β varierà da $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ e considerando i segni del radicando daranno le due parabole con x asse di simmetria e concavità opposte.

