

## CURVA PER PUNTI

Sia il segmento punto  $\varepsilon$  di orientamento  $\beta$  potremo scrivere:

$$\begin{cases} \varepsilon \cos \beta = x_\varepsilon \\ \varepsilon \sin \beta = y_\varepsilon \end{cases} \text{ per il punto e } \begin{cases} \varepsilon \cos \beta_1 + \varepsilon \cos \beta = x_{\varepsilon+1} + x_\varepsilon \\ \varepsilon \sin \beta_1 + \varepsilon \sin \beta = y_{\varepsilon+1} + y_\varepsilon \end{cases} \text{ per il successivo}$$

Possiamo così ripetere tante volte il segmento punto  $\varepsilon$  fino a formare un segmento tipo OA di eguale direzione e verso: tuttavia c'è differenza tra il segmentino  $\overline{OA} \sin \alpha$  di ampiezza variabile e il segmentino  $\varepsilon$ , in generale costante, per cui daranno curve diverse. In questa nostra prima analisi daremo ad  $\varepsilon$  il valore  $OA/n$  dove (n) è il valore delle volte che l'angolo  $\alpha$  è incrementato, che qui facciamo uguale a 90 in quanto  $\alpha$  è incrementato di 1 ed avere un numero di segmenti-punto  $\varepsilon$  uguale al numero della suddivisione determinata da  $\sin \alpha$ ; per  $\alpha$  incrementato di 0,1 avremo  $n=900$ , ecc.

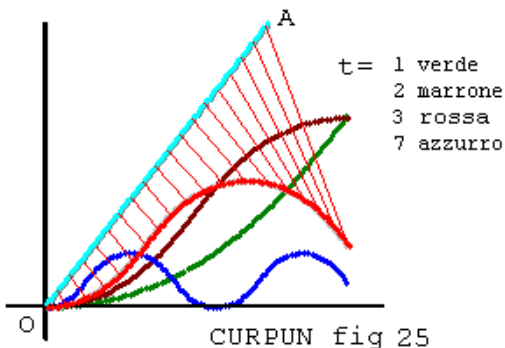
Incrementando appropriatamente il valore  $\beta$  avremo punti  $\varepsilon$  ciascuno con propria direzione e verso.

Il caso più semplice resta l'incremento di  $\beta$  come visto in \*) nella introduzione:

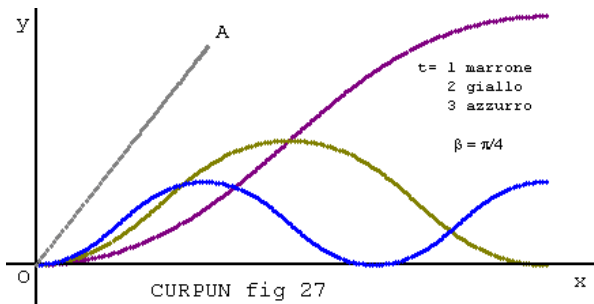
$$\begin{cases} \varepsilon \cos(\beta \sin \alpha_{\varepsilon+1}) + \varepsilon \cos(\beta \sin \alpha_\varepsilon) = x_{\varepsilon+1} + x_\varepsilon \\ \varepsilon \sin(\beta \sin \alpha_{\varepsilon+1}) + \varepsilon \sin(\beta \sin \alpha_\varepsilon) = y_{\varepsilon+1} + y_\varepsilon \end{cases}$$

Anche qui il valore  $\beta \sin \alpha$  può essere sostituito o variato in modo idoneo ed appropriato come direzione e verso, come ad esempio sostituire l'angolo ( $\beta \sin \alpha$ ) con ( $\beta \sin(t\alpha)$ ) con t moltiplicatore a piacere.

Tutto questo ci permette di costruire curve sufficientemente pensate e ragionate.

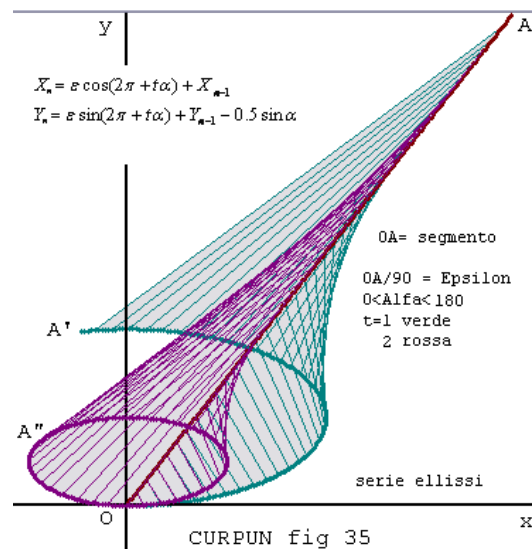
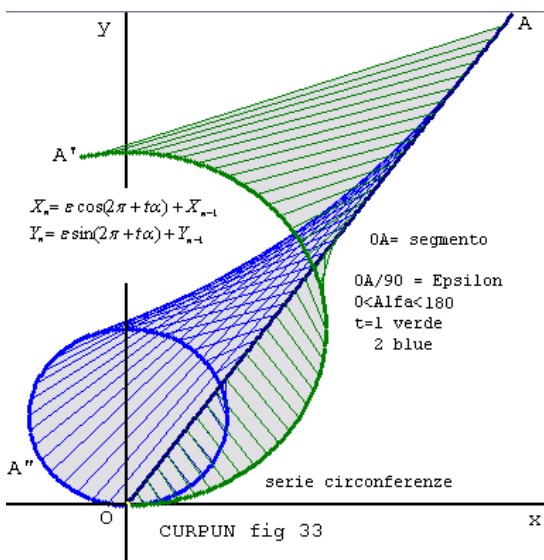


Usando il prg [CURVE VAG-PUN](#) nella fig 25 abbiamo  $\frac{\overline{OA}}{n} = \varepsilon$  con  $n=90$  e con l'angolo di ciascun punto dato da  $\beta \sin(t\alpha)$ . Si noti che la curva si arresta quando la somma dei punti  $\varepsilon$  uguaglia il valore di OA. In  $t=3$  sono tracciate le linee tra segmento base OA e la curva relativa.



Nella fig 27 abbiamo soltanto variato  $\beta = \pi/4$ , dove le figure sono lievemente dissimili dalla figura precedente.

Variando il programma indicato sopra con  $(\beta + t\alpha)$  anziché  $(\beta \sin t\alpha)$  possiamo creare per punti figure note come la circonferenza e l'ellisse, in questa ultima abbiamo ridotto di 0,5 il valore di  $\epsilon$  nell'ordinata:



Le linee che congiungono il segmento base OA con le figure servono a dimostrare che, nel nostro caso, dato un segmento, i suoi punti possono aiutare a ricavare una qualunque figura, stabilendo una corrispondenza tra i punti del segmento e quelli della figura.

In tutte le espressioni in cui compare  $t\alpha$  si osserva che aumentando il valore della variabile (t) la curva creata tende a divenire costante nell'andamento (azzurra in fig 25 e 27): ovvio per la ciclicità dell'angolo.

E' da ricordare che un esempio tipico di un tale uso per punti, nella Geometria Parametrica, è dato dalla Curva Bifoglio e dalla Parabola con il vertice nell'Origine, in "Equazione Parametrica di Vag" Capitolo XIII° sul Piano, Paragrafo ["APPLICAZIONE DELL'EQ. DI](#)

[VAG ALL'EQ. PER PUNTI"](#) PAG 9, con la Curva Bifoglio 
$$\begin{cases} x = \sin^2 2\beta \\ y = 2 \sin^2 \beta \sin 2\beta \end{cases}$$

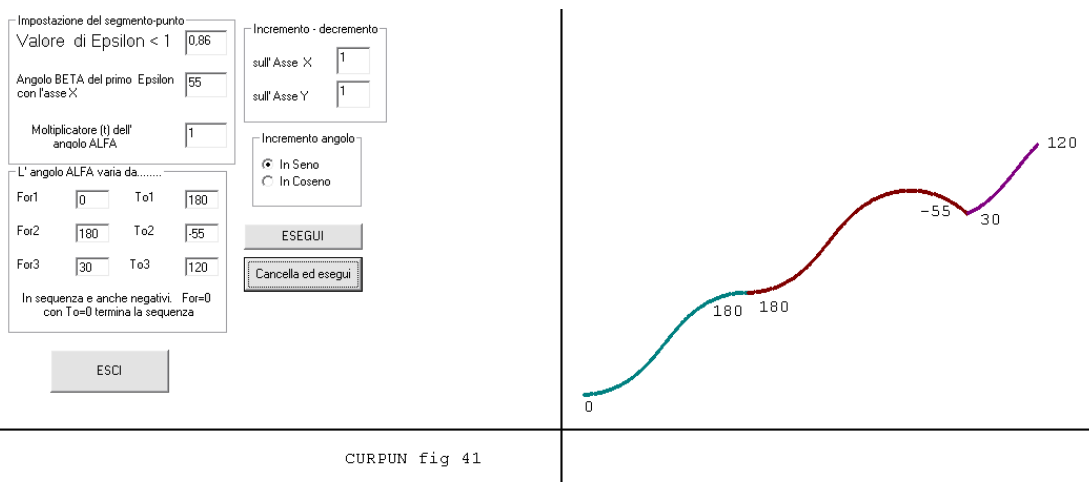
e Parabola  $\begin{cases} \frac{2p}{\tan^2 \beta} = x \\ \frac{2p}{\tan \beta} = y \end{cases}$  la cui unica variabile è data dall'angolo  $\beta$ ,  
che determina il punto e il verso e la direzione.

Proprio questo ultimo caso ci fa vedere che dando valori appropriati alle coordinate di un punto, con il concetto che abbiamo esaminato, ci permette di creare curve diverse; cioè possiamo creare dei punti con un determinato orientamento.

Nella formula: P\*)  $\begin{cases} \varepsilon \cos(\beta \sin t \alpha_{\varepsilon+1}) + \varepsilon \cos(\beta \sin t \alpha_{\varepsilon}) = x_{\varepsilon+1} + x_{\varepsilon} \\ \varepsilon \sin(\beta \sin t \alpha_{\varepsilon+1}) + \varepsilon \sin(\beta \sin t \alpha_{\varepsilon}) = y_{\varepsilon+1} + y_{\varepsilon} \end{cases}$

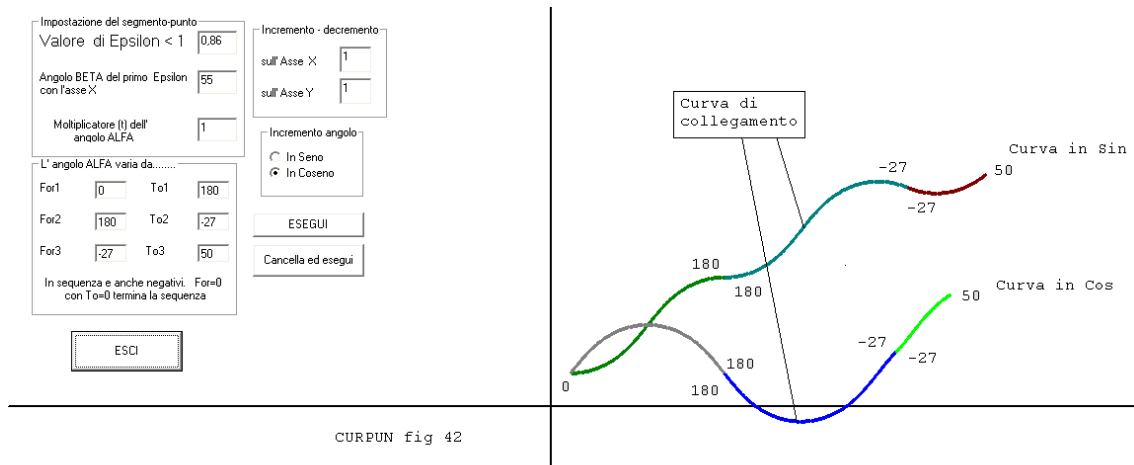
- EPSILON= $\varepsilon$  è l'elemento elementare preso come punto.
- BETA= $\beta$  dice quale deve essere la direzione e il verso di partenza del punto Epsilon= $\varepsilon$ .
- ALFA= $\alpha$  indica le volte che il punto Epsilon è moltiplicato per BETA, il quale cambia direzione e verso nell'intervallo determinato da ALFA stesso.
- Il termine (t) moltiplicando ALFA allunga la curva fino alla periodicità.
- Per BETA =0, Epsilon diventa un segmento in quanto la sua posizione iniziale e finale è zero.
- La formula dell'angolo ( $\beta \sin t \alpha_{\varepsilon}$ ) può diventare volendo ( $\beta + t \alpha_{\varepsilon}$ ) dando luogo generalmente ad una curva chiusa, come abbiamo visto sopra nelle figure 33 e 35, nella serie circonferenze e serie ellisse.
- Il  $\sin \alpha$  può essere sostituito da  $\cos \alpha$ .
- Il valore del punto, nell'ordinata e nell'ascissa può essere diverso tra loro (come nel caso di fig 05 e fig 35) il che permette di variare la convessità delle curve.

Con il programma [CREA-CURVA PUNTI-2](#), le cose dette sopra sono state tenute in considerazione ed è stata creata la curva sotto (fig 41) con le indicazioni che si vedono nel riquadro a sinistra; essa consta di tre curve con la prima che parte non dall'origine ma da un punto scelto a piacere, la qual cosa non implica nessuna variazione. Si noti come per uno stesso  $\varepsilon$  e uno stesso  $\beta$ , la variazione dell'angolo  $\alpha$  (come mostrato in figura), traccia tre



curve contigue diverse, dovute alla suddivisione che  $\alpha$  in  $\sin\alpha$  o  $\cos\alpha$  determina; notare la continuità nel punto 180-180 per  $\alpha(0,180)$  e  $\alpha(180,-55)$  e la discontinuità nel punto (-55)-30 per  $\alpha(30,120)$ .

Se in un caso simile, si volessero accorpare due curve che non abbiano eguali punti di convergenza (curva con  $\alpha$  di estremi 0-180 e curva (-27)-50), è possibile creare una curva intermedia (di estremi 180-(-27)) che crei tale collegamento come nel caso sotto:



La diversità di creazione di una curva utilizzando un mini valore puntuale  $\varepsilon$  o un segmento-punto  $OA\sin\alpha$  è notevole.

Il valore  $\varepsilon$ , generalmente costante, a cui dobbiamo dare ogni volta una direzione e un verso è più facile da condizionare, ma ha l'inconveniente di non potersi stabilire a priori una lunghezza massima (in termini di distanza dal primo  $\varepsilon$  all'ultimo), perché tale lunghezza è stabilita da  $\alpha$ ; se  $\alpha$  è incrementato di 1 per  $\alpha \in (0,90)$  il punto  $\varepsilon$  sarà ripetuto 90 volte; se  $\alpha$  è incrementato di 0,1  $\varepsilon$  sarà ripetuto 900 volte, la curva avrà comunque lo stesso andamento ma sarà più grande.

Per altro  $OA\sin\alpha$  assume ogni volta valori diversi ma la sua grandezza nella curva risultante è costante, vale sempre OA cioè la distanza da O ad A.

Il terzo metodo, come abbiamo già accennato, diciamo misto, è dato da  $OA/n$  con n uguale al valore massimo della suddivisione di  $\alpha$ .