IL PERIMETRO DI UN PIANETA

Dunque il punto P ruota rispetto alla propria origine secondo una circonferenza e per il "Teorema dei Pianeti" intorno al punto S secondo una ellisse.
Poichè le misurazioni del punto P vengono fatte rispetto al punto S, l'arco percorso da P, avrà giustappunto il valore di un arco di Ellisse: pertanto potrà essere calcolato con l'integrale ellittico di 2ª specie relativo(Capitolo "Area e Perimetro Ellisse" op. cit.):

Ribadiamo che l'arco del quadrante dell'Ellisse e' uguale all'arco del quadrante della Circonferenza R come e' di regola per tutte le Ellissi (op. cit.) **ma non i valori intermedi.**
Per il "TEOREMA DEI PIANETI" il valore del perimetro orbitale dipende dalla distanza massima e minima del Sole dal Pianeta, valutata sulla circonferenza, di uguale perimetro dove $q=A_f$ e $m=P_e$ sono i semi-assi dell'ellisse e quindi il suo valore è:

$$2R\pi = (A_f + P_e)\pi \; .$$

TABELLA DEI PERIMETRI ORBITALI

x 10^{11} cm

$q=A_f=R+r$ e $m=P_e=R-r$

MERCURIO	363,16811
VENERE	679,8406502
TERRA	939,9645522
MARTE	1431,937932
GIOVE	4890,203125
SATURNO	8966,105433
URANO	18029,60024
NETTUNO	28252,34273
PLUTONE	36951,41279

DISTANZA DEI PIANETI DAL SOLE (CONFRONTO)

(Questo confronto ha un valore relativo, perchè è vero che le distanze sono comprese tra i dati fisici di Afelio e Perielio, ma il confronto dovrebbe essere fatto con i dati delle reali distanze oppure tra le anomalie ad un determinato tempo t_1.)

Si esamini qualche esempio con l'applicazione dell'Eq. Polare e con l'Eq. di Vag:

Venere-Sole

Metodo Usuale di Keplero:

Si voglia la distanza di **Venere dal Sole** all' 11/1/1981 ore 0,00 TU:

posizione del Pianeta al 1 gennaio 1970 ore 12,00 TU = 265° 15'

moto medio angolare diurno = 1° 36' 7'',670 = 1°,6021305

(tutte le notizie qui riportate sono tratte da "Il moto dei corpi celesti" ANTONIO LEONE - Editore Franco Muzzi & C.)

Anomalia Media $= 265°,4166666 + (11 * 365) + 14 - 0,5\ 1°6021305 = 239°,5993$

11= anni intercorrenti

14= giorni 11 di gennaio 1981 + 3 giorni anni bisestili

0,5= metà giornata per ore dodici

Calcolo con l'Eq. Polare:

nell'esempio riportato nell'opera citata, mediante l'Eq. trascendente di Keplero:

M = E - e sen E

M = Anomalia Media

E = Anomalia eccentrica

e = eccentricità dell'ellisse

Alla soluzione della quale si perviene mediante il metodo di Bessel di cui la formula:

$$E = M + 2\sum_{p=1}^{\infty} \frac{\text{sen}\, pM}{p} Jp(pe)$$

$$E = 239^0,5993 + 2\left[\frac{\text{sen}\, 239^0,5993}{1} J_1(0,00679) + \frac{\text{sen}119^0,1986}{2} J_2(0,01358)\right]$$

essendo sufficenti i primi due termini della sommatoria (p=1; p=2)

Per calcolare le funzioni di Bessel utilizzeremo:

$$Jp(pe) = \frac{(pe)^p}{2^p\, p!}\left\{1 - \frac{(pe)^2}{2(2p)+2)} + \frac{(pe)^4}{2(4(2p+2)(2p)+4)} + ...\right\}$$

considerando solo termine frazionario sufficiente per avere una precisione sufficiente:

$$J_1(0,00679) = \frac{0,00679}{1}\left(1 - \frac{4,6104110^{-5}}{8}\right) = 0,00339498$$

$$J_2(0,01358 = \frac{(2\,0,00679)^2}{2\;2}\left(1-\frac{(2\,0,00679)^2}{26}\right) = 0,0000230$$

per giungere a definire: E = 239°,59346

e da questa mediante la formula di Keplero:

$$\omega = 2\tan\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2}$$

all'Anomalia Vera $\omega = 239°,25851$

(I vari passaggi intermedi sono stati tralasciati)

Poichè la longitudine al perielio è alla data del 1 gennaio 1970 ore 12,00 TU di 131° 9' = 131°,15 e il suo valore aggiornato alla nostra data.

$$\varpi = 131°,15 + [anni\ 11,0369863 * 0,8'] = 131°,15 + 0°,1471590 = 131°,29716$$

possiamo ora scrivere la Eq. Polare risolutiva

$$\rho = \frac{108,20483\quad 10^{11}}{1+0,00679\cos(239°,25851-131°,29716)} = 108,43186\ 10^{11}\ cm$$

Metodo con il Teorema dei Pianeti:

Applicando il Teorema dei Pianeti [7bis] dovremo fare:

angolo della circonferenza E(Fig.AT)= Anomalia Media - longitudine al perielio aggiornata:

239°,5993 - 131°,29716 = 108°,30214 e sapendo che:

A_{f} = Afelio = 109 10^{11} cm

P_{e} = Perielio = 107,4 10^{11} cm

$$\overline{SP} = \left|\sqrt{\frac{1}{2}\left[\overline{109}^2(1-\cos 108°,30214)+\overline{107,4}^2(1+\cos 108°,30214)\right]}\right| = \left|108,45388\ 10^{11}\,cm\right|$$

DIFFERENZA tra ρ e SP   108,45388 - 108,43186 = 0,02202 10^{11} cm

===

Terra-Sole

Metodo Usuale di Keplero:

Applichiamo le stesse formule alla distanza **Terra-Sole** all'11/1/1981 ore 0,00:

Metodo usuale:

Posizione al 1/1/1970 ore 12,00 TU = 99° 45'
Moto medio angolare diurno = 0°,9856091
Anomalia Media   = 110°,2762
Anomalia Eccentrica   = 110°,29173

Anomalia Vera = 111°,17216

Longitudine al perielio alla data richiesta = 102°,59999

Eq. Polare della distanza Terra-Sole

$$\rho = \frac{149,55817 \quad 10^{11}}{1+0,01672\cos(111°,29179-102°,59999)} = 147,12571 \quad 10^{11}$$

Metodo con il Teorema dei Pianeti:

angolo E(Fig.AT) = Anomalia Media - long. al perielio aggiornata = 7°,67621

A_f = Afelio = 152,1 10^{11} cm

P_e = Perielio = 147,1 10^{11} cm

Applicando la SP vista:

$$\overline{SP} = \left|\sqrt{\frac{1}{2}\,\overline{152,1}^2(1-\cos 7°,67621)+(\overline{147,1}^2(1+\cos 7°,67621)}\right| = 147,12278 \ 10^{11} \ cm$$

DIFFERENZA tra ρ e SP: 0,00293 10^{11} cm