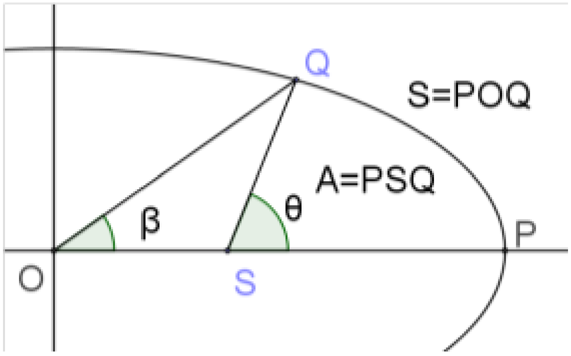
SECONDA LEGGE DI KEPLERO

AREE UGUALI IN TEMPI UGUALI (proprietà dell'ellisse)

Nella letteratura la formula che in astronomia è chiamata Anomalia Media è indicata rifacendosi a Keplero. In realtà la II° Legge di Keplero è una proprietà dell'ellisse.




La Geometria[1] dal calcolo dell' integrale dei valori parametrici di un punto Q ci fornisce il valore dell'Area di un settore di ellisse $\boldsymbol{S=\frac{a\cdot b}{2}\,E}$ A]

con E valore di un angolo di una qualsivoglia circonferenza di riferimento e a>b semi-assi.

Invece l' Area di un settore di settore di ellissi si ottiene sottraendo dall'Area S l'Area del triangolo OSQ,

$$\textbf{Area}\ \boldsymbol{A=\frac{a\cdot b}{2}\,(E-\varepsilon\, sinE)=\frac{a\cdot b}{2}M} \qquad \textbf{B}]$$

essendo $\varepsilon=\frac{OS}{a}$, da ciò la indissolubilità tra E ed M.

Posto nella formula OS=distanza-focale da cui ε=eccentricità, in Astronomia chiamiamo:

**E = Anomalia Eccentrica**

**M = Anomalia Media**

Il valore M dato dalla funzione $f(E)=(E-\varepsilon\, sinE)$ non è che l'angolo E corretto dalla scelta di volta in volta della variabile ε, e quindi come E rappresenta un angolo di riferimento e come questi non compare geometricamente nella ellisse in esame.

Più in generale la formula B] mi permette di calcolare l'Area di un qualunque settore o settore di settore di Ellisse, ivi compreso quello di centro O, per OS=0.

Dalle formule A] e B] si ricava il rapporto tra Aree dei settori e l'angolo $f(E)=M$ relativo; come nei due casi che ora prendiamo in considerazione:

$$\frac{S}{E}=\frac{A}{M}=\frac{S_1}{E_1}=\frac{A_1}{M_1}=\frac{a\cdot b}{2}=costante$$

[1] Geometria Parametrica - Cap.VII "Area e Perimetro Ellisse"

è evidente che per $E=E_1$ sarà $S=S_1$ ma anche $M=M_1$ in quanto funzione di E, da cui $A=A_1$; allora se $E=E_1$ sono percorsi in **tempi uguali**, in tempi uguali saranno percorse le aree $S=S_1$ e per $f(E)=M=M_1$ anche le aree $A=A_1$: tale proprietà giustifica la seconda legge di Keplero.

Ricordiamo che il legame tra E, angolo di riferimento e β angolo al centro dell'ellisse è $tan\beta = \frac{b}{a} tanE$ e che valori di E uguali non forniscono angoli β uguali, mentre gli angoli β non adiacenti all'ascissa andranno calcolati per differenza.

M. Vaglieco