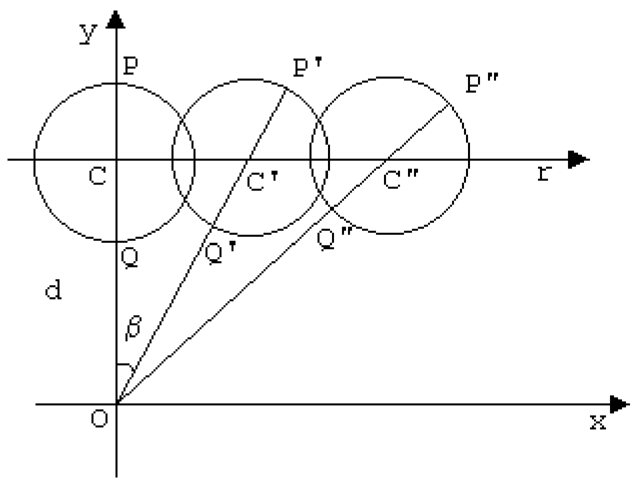
XII. CONCOIDI DI NICOMEDE E ”LUMACA DI PASCAL”

LA CONCOIDE DI NICOMEDE



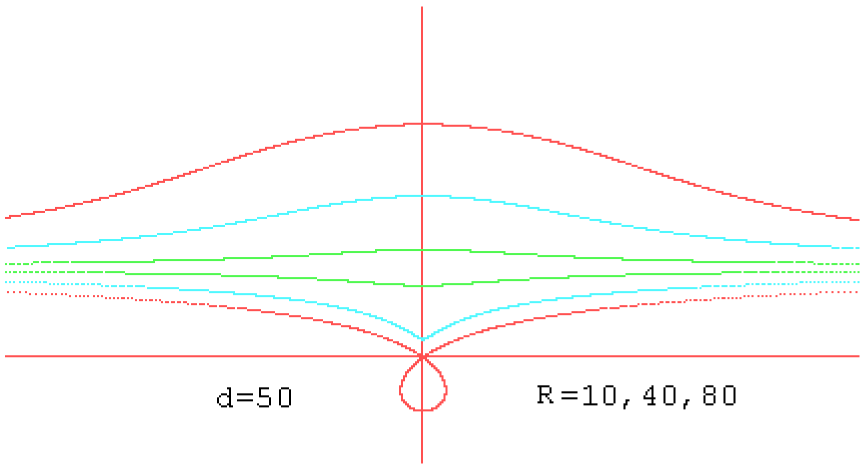
In un sistema cartesiano, data una retta r)detta BASE, parallela ad un asse, con distanza OC=d, ed una trasversale per la origine O e secante in C,C',C'',..... tale retta, e preso un segmento da una parte e dall'altra, tale che QC=CP=Q'C'=C'P'=....=R il luogo geometrico dei punti Q,Q',Q'',...e P,P',P'',.... è detta Concoide di Nicomede.
In base alla definizione cerchiamo l'Eq. di Vag dei punti P’ e Q’:

$$\overline{OC'} = \frac{d}{sen\beta} \qquad \overline{OP'} = \frac{d}{sen\,\beta} + R \qquad \overline{OQ'} = \frac{d}{sen\,\beta} - R$$

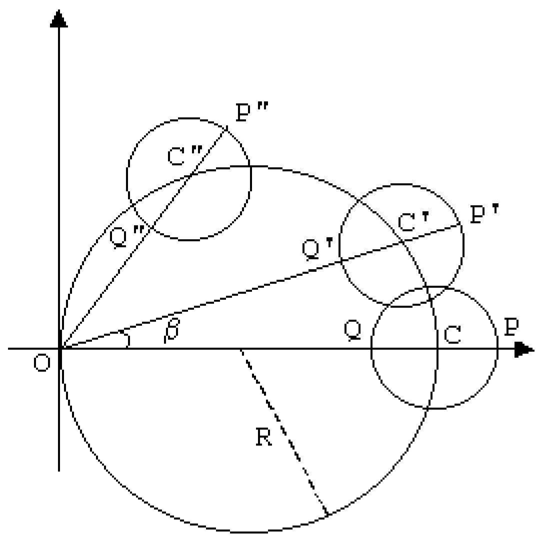
$$\begin{cases} \overline{OP'}\cos\beta = (\dfrac{d}{\tan\beta} + R)\cos\beta = x \\ \overline{OP'}sen\beta = (d+R)sen\beta = y \end{cases} \qquad \begin{cases} \overline{OQ'}\cos\beta = (\dfrac{d}{\tan\beta} - R)\cos\beta = x' \\ \overline{OQ'}sen\beta = (d-R)sen\beta = y' \end{cases}$$

In generale poichè β varia da 0° a 360° avremo l'unica Eq. di Vag

$$\left(\frac{d}{\text{sen}\,\beta} + R\right) = x\cos\beta + y\,\text{sen}\,\beta$$



LA CONCOIDE "LUMACA DI PASCAL"

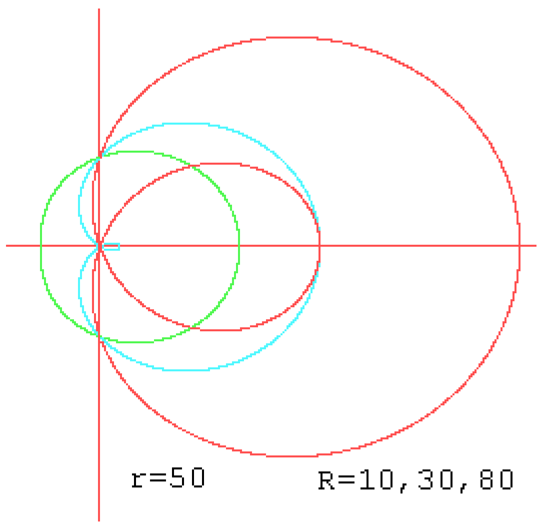


In analogia alla concoide di Nicodemo, la "Lumaca di Pascal" è una concoide che anzichè considerare una retta come base considera una circonferenza, come vediamo in figura:

$2R\cos\beta = \overline{OC'}$ $r = \overline{C'P'}$ $\overline{OP'} = (2R\cos\beta + r)$ $\overline{OQ'} = (2R\cos\beta - r)$

$$\begin{cases}(2R\cos\beta + r)\cos\beta = x \\ (2R\cos\beta + r)\,\mathrm{sen}\,\beta = y\end{cases} \qquad \begin{cases}(2R\cos\beta - r)\cos\beta = x' \\ (2R\cos\beta - r)\,\mathrm{sen}\,\beta = y'\end{cases}$$

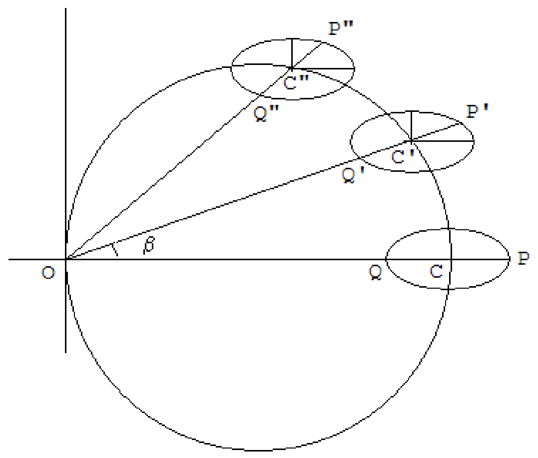
$$(2R\cos\beta \pm r) = x\cos\beta + y\,\mathrm{sen}\,\beta$$



CONCOIDE "LUMACA ELLITTICA DI PASCAL"

Nella Lumaca di Pascal possiamo intendere il valore di r come vettore di una ellisse:

$$\left|\overline{CP}\right| = r = \left|\sqrt{q^2 \cos^2 \alpha + m^2 \sin^2 \alpha}\right| \qquad \left|\overline{OC}\right| = \left|R\right|$$



Dove q>m sono rispettivamente i semiassi; mentre gli angoli relativi sono collegati al solito da

$$\tan\alpha = \frac{q}{m}\tan\beta$$

E l'Eq Parametrica di Vag sarà:

$$\begin{cases} \left(2\left|R\right|\cos\beta + \left|\overline{CP}\right|\right)\cos\beta = x \\ \left(2\left|R\right|\cos\beta + \left|\overline{CP}\right|\right)\sin\beta = y \end{cases}$$

$$\left(2\left|R\right|\cos\beta + \left|\overline{CP}\right|\right) = x\cos\beta + y\sin\beta$$

Dalla figura si vede che la "Lumaca di Pascal" non è che una Cicloide a Centro come l'abbiamo vista nel Cap.VIII° "LE CICLOIDI", con l'origine non al centro ma spostata.