

VIII. LE CICLOIDI

LE CICLOIDI NELLO SPAZIO

Avevamo visto sul piano le cicloidi date da due circonferenze che ruotano secondo i propri perimetri, senza slittare: il che stava a significare il rapporto tra i rispettivi raggi e angoli fosse

$$R\beta = r\beta_1.$$

Nello spazio possiamo supporre che la circonferenza di raggio r ruoti alle stesse condizioni ma su un piano perpendicolare al piano in cui ruota la circonferenza di raggio R (come in figura).

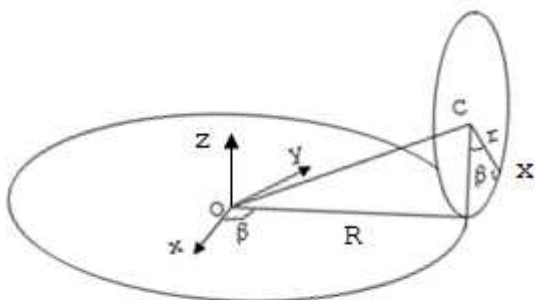


Fig.7

Applichiamo l'Eq. di Vag:

$$\begin{cases} \overline{OC} \cos \alpha_1 = x_c = R \cos \beta \\ \overline{OC} \cos \alpha_2 = y_c = R \sin \beta \\ \overline{OC} \cos \alpha_3 = z_c = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{OX} \cos \varepsilon_1 = R \cos \beta + r \cos \beta_1 \\ \overline{OX} \cos \varepsilon_2 = R \sin \beta + r \sin \beta_1 \\ \overline{OX} \cos \varepsilon_3 = r + r \cos \beta_1 \end{cases}$$

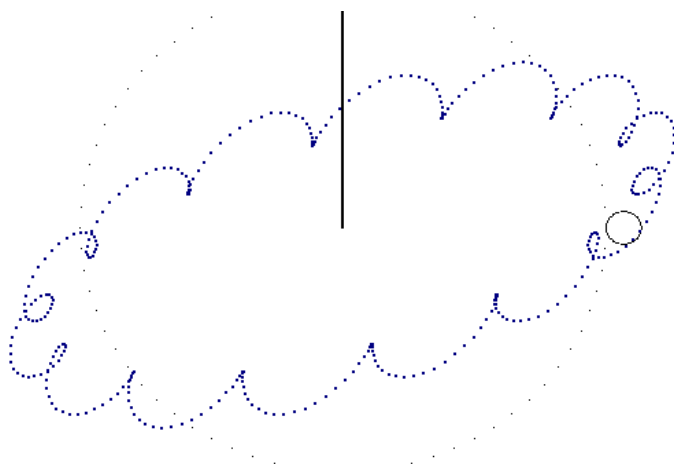


Fig.2

La Fig.2 è il tracciato delle due circonferenze di raggio $R=30$ ed $r=2$. La circonferenza di raggio r deve girare 14 volte $(15-1)$ intorno a quella di raggio R .

CICLOIDE A CENTRO NELLO SPAZIO

Analogamente alla cicloide classica, possiamo considerare anche la Cicloide a Centro secondo quanto visto nel piano.

Le cicloidi a centro, sono le cicloidi che anziché rotolare su un'altra circonferenza hanno il centro che scorre sul perimetro dell'altra, avendo come legame il rapporto degli angoli. Se le cicloidi anziché circonferenze sono ellissi, con le stesse modalità viste nel

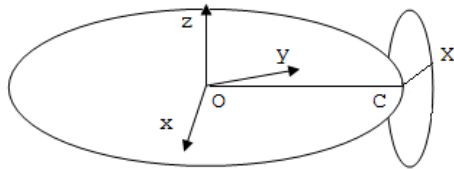


Fig.3

$$\begin{cases} \overline{OX} \cos \varepsilon_1 = q \cos \alpha + q' \cos \alpha_1 \\ \overline{OX} \cos \varepsilon_2 = m \sin \alpha + m' \sin \alpha_1 \\ \overline{OX} \cos \varepsilon_3 = m' \cos \alpha_1 \end{cases}$$

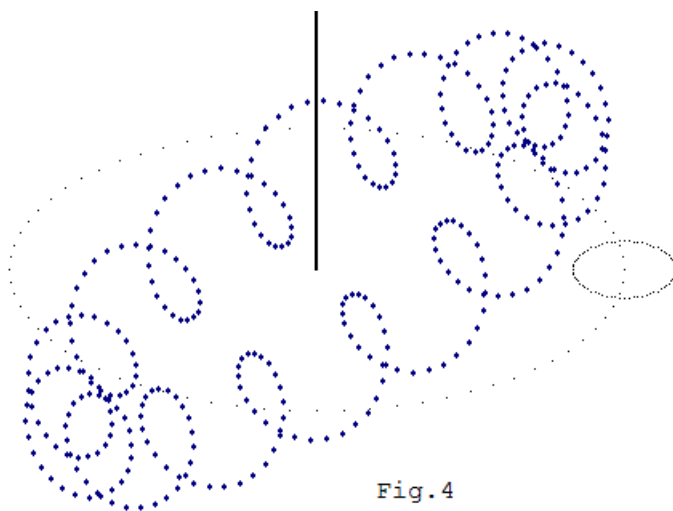


Fig.4

piano possiamo mettere in rapporto tra loro o gli angoli al centro o gli angoli parametrici; in particolare è mostrata la Fig.4 di due ellissi e dove il rapporto degli angoli parametrici è $\alpha = 15\alpha_1$ e gli assi sono rispettivamente 30-15 e 5-3.