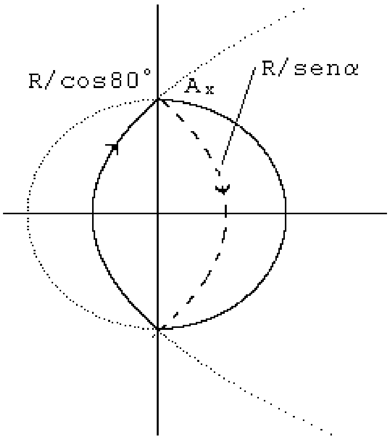
IL MOTO DEGLI ASTEROIDI COME MOTO DI UN PUNTO

PARTE PRIMA: TRAIETTORIA DI UN PUNTO DI PARABOLA

Abbiamo chiamato "Eq. del Moto degli Asteroidi" (vedi geometria CapV°) la parabola con centro nel Fuoco:

$$\frac{R}{\cos\alpha}=\left[\frac{R}{\cos\alpha}(1-2\cos\alpha)\right]\cos\beta+\left[\frac{R}{\cos\alpha}\left[\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)}\right]\right]\mathrm{sen}\beta$$

che si trasforma da parabola a circonferenza quando, considerando il solo valore $\frac{R}{\cos\alpha}$, lo facciamo fermare per un α_x=costante tale



che $R_x=\frac{R}{\cos\alpha_x}$ diventi il raggio della circonferenza a partire dal punto A_x: vedi figura dove la circonferenza parte dal punto A_x per α_x=80°(nel caso si faccia $\cos(90-\alpha)=\sin\alpha$ la parabola invertirà verso e direzione).

Abbiamo dunque che: **un punto che percorra una parabola, può trasformare il suo moto in una circonferenza il cui centro è il fuoco della parabola.**

Se facciamo: $\cos\alpha=\frac{1-\cos\beta}{2}$ **a]** l'Eq. di sopra darà per 2R=p (p=parametro parabola):

$$\begin{cases} x=\frac{R}{\cos\alpha}\cos\beta=\frac{p}{1-\cos\beta}\cos\beta \\ y=\frac{R}{\cos\alpha}\mathrm{sen}\beta=\frac{p}{1-\cos\beta}\sin\beta \end{cases}$$

i cui ultimi termini sono i valori della Eq. Polare di una parabola del tipo (p+x) con il riferimento nel Fuoco e β angolo del vettore, come la parabola della Fig.1 dove le distanze OA_x sono i raggi delle infinite circonferenze di centro O, e le relative tangenti a ciascun punto, sono date da:

$$\tan\rho=\frac{dy}{dx}=\frac{p}{y}=\frac{1-\cos\beta}{\sin\beta}=\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha}} \quad \textbf{b]}$$

Nel nostro caso (**Fig.**1) possiamo prendere come esempio:

$\tan\rho_5 = \dfrac{\overline{OP}}{O'A_5} = \dfrac{p}{R_5 \sin\beta_5}$ dove $p = 2\overline{VO} = 2R$ e pertanto la tangente nel punto P(0,2R) avrà angolo ρ=45°, per **b]** e per definizione.

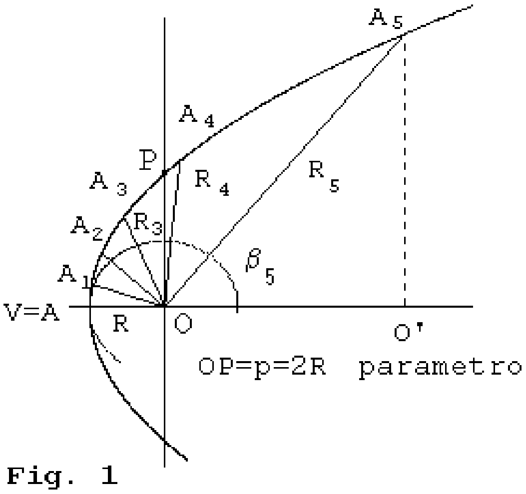


Fig. 1

Dalla **b]** si ha $\cos\alpha = \sin^2\rho$ e dalla **a]** $\cos\beta = 1 - 2\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\rho = \cos 2\rho$ quindi β=2ρ, cioè $\beta_5=2\rho_5$ **c]** (proprietà della parabola).

Per quanto detto (vedi le due precedenti figure) una parabola può dar luogo a infinite circonferenze mentre una circonferenza può essere considerata <u>generata</u> da infinite parabole con il Fuoco nel suo centro,tutte date dall'Eq. del Moto degli Asteroidi. Analizziamo,dunque, il moto di una parabola ed un suo relativo moto circolare: consideriamo la seguente FIGURA:

FIGURA 2

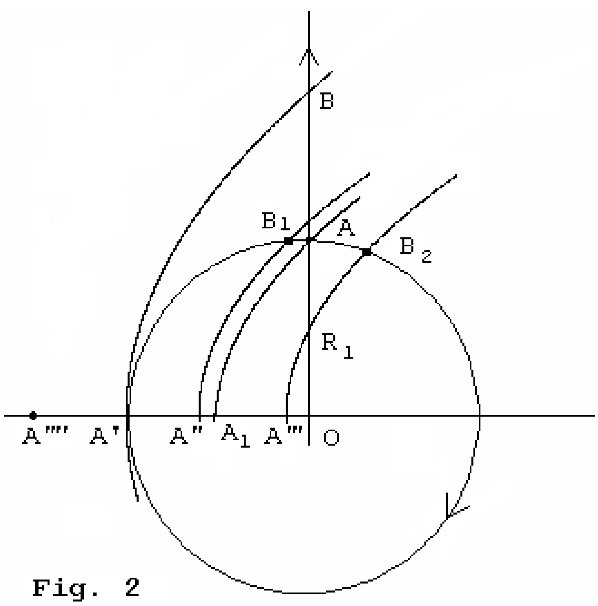


Fig. 2

Nella Fig. 2 supponiamo di avere una circonferenza di centro O e raggio R_1, generata da una Eq. del Moto degli Asteroidi, che può essere una qualunque parabola, con un punto in comune con la circonferenza: questo vuol dire che la distanza AB di Fig.2 non può essere superiore a $OA=R_1$, altrimenti il vertice di tale parabola, dovendo essere per definizione di parabola $\overline{OB} = p = 2R_1$, cadrebbe in A"" e quindi non potrebbe generare la circonferenza segnata in figura.

Se l'Eq del Moto degli Asteroidi avesse avuto il suo vertice in:

1) A' (punto in comune con la circonferenza) avremmo $AB=R_1$;
2) A" e $\overline{OA"} > R_1/2$ avremmo $AB<R_1$ e $\neq 0$ e B_1 punto comune
3) A_1 e $\overline{OA_1} = R_1/2$ AB =0 e A punto comune
4) A''' e $\overline{OA'''} < R_1/2$ con B_2 punto comune.

SULL'EQ. DEL MOTO DEGLI ASTEROIDI TRAMITE TANGENTE.

Se il punto A di una circonferenza, può essere anche punto di una qualunque parabola che in quel punto abbia valore tangenziale ρ_x, è ovvio che, se tale punto dovesse muoversi secondo tale valore tangenziale, esso percorrerebbe la relativa parabola.

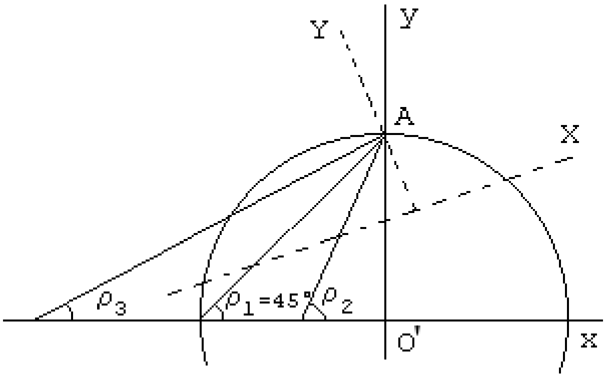


Fig. 6

Siano gli angoli ρ_1, ρ_2, ρ_3, i valori delle tangenti delle parabole passanti per il punto A. Questi valori non possono essere che relativi, vedi **Fig. 6**, in quanto essi dipendono dal riferimento cartesiano scelto. Qui intendiamo il valore di tali angoli quello dato dalla incidenza della tangente con l'asse x del riferimento O' come in **Fig. 6**.

Analizziamo, dunque, quale è la parabola che il punto A dovrebbe percorrere se la sua tangente avesse il valore ρ_3, il cui valore e quello dato da **b]**.

2) 45°> ρ_3 > 0 Caso di **Fig. 7** dove la parabola ha il Fuoco nell' origine O'e non in O e nella posizione secondo quanto detto in Fig.6, con p=parametro.

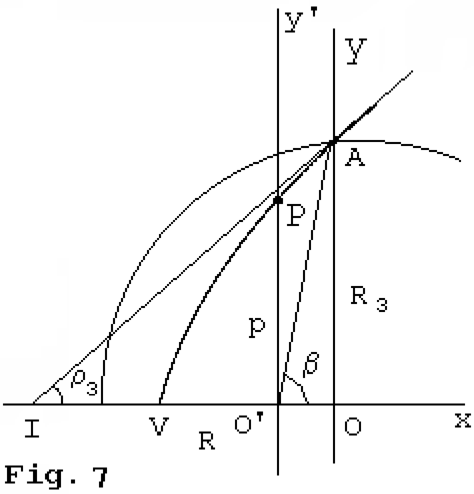


Fig. 7

In Fig.7 abbiamo:

A(OO';R_3); con $\overline{OO'} = \dfrac{R_3}{\tan\beta}$

$\overline{VO'} = R = {}^{p}\!/_{2}$.

mentre nel punto A la tangente (ρ_3) avrà valore per **b]**:

$$\tan\rho_3 = \frac{p}{y} = \frac{p}{R_3};$$

$$p = R_3 \tan\rho_3 = \overline{O'P} = 2\overline{VO'} = 2R$$

Poiché sappiamo per **c]** che $\beta = 2\rho_3$, conoscere l'angolo ρ_3 della tangente equivale a conoscere il valore dell'angolo β del punto A ma solo nel riferimento O' (non O).

In conclusione riferendoci all' esempio **2)** *se il punto A partisse secondo la tangente di valore ρ_3, all'incremento di questi, esso percorrerebbe la relativa parabola, secondo quanto indicato sopra.*