

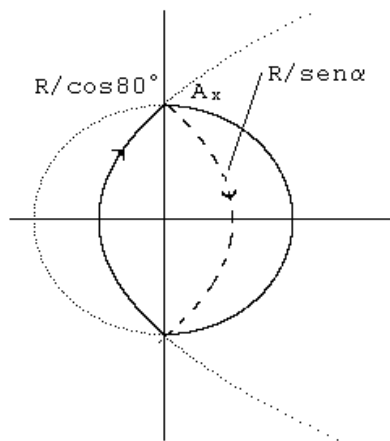
IL MOTO DEGLI ASTEROIDI COME MOTO DI UN PUNTO

PARTE PRIMA: TRAIETTORIA DI UN PUNTO DI PARABOLA

Abbiamo chiamato "Eq. del Moto degli Asteroidi" (vedi geometria CapV°) la parabola con centro nel Fuoco:

$$\frac{R}{\cos \alpha} = \left[\frac{R}{\cos \alpha} (1 - 2 \cos \alpha) \right] \cos \beta + \left[\frac{R}{\cos \alpha} \left[\pm 2 \sqrt{\cos \alpha (1 - \cos \alpha)} \right] \right] \sin \beta$$

che si trasforma da parabola a circonferenza quando, considerando il solo valore $\frac{R}{\cos \alpha}$, lo facciamo fermare per un $\alpha_x = \text{costante}$ tale



che $R_x = \frac{R}{\cos \alpha_x}$ diventi il raggio della

circonferenza a partire dal punto A_x : vedi figura dove la circonferenza parte dal punto A_x per $\alpha_x = 80^\circ$ (nel caso si faccia $\cos(90 - \alpha) = \sin \alpha$ la parabola invertirà verso e direzione).

Abbiamo dunque che: **un punto che percorra una parabola, può trasformare il suo moto in una circonferenza il cui centro è il fuoco della parabola.**

Se facciamo: $\cos \alpha = \frac{1 - \cos \beta}{2}$ a] l'Eq. di sopra darà per $2R = p$

(p=parametro parabola):

$$\begin{cases} x = \frac{R}{\cos \alpha} \cos \beta = \frac{p}{1 - \cos \beta} \cos \beta \\ y = \frac{R}{\cos \alpha} \sin \beta = \frac{p}{1 - \cos \beta} \sin \beta \end{cases}$$

i cui ultimi termini sono i valori della Eq. Polare di una parabola del tipo $(p+x)$ con il riferimento nel Fuoco e β angolo del vettore, come la parabola della Fig.1 dove le distanze OA_x sono i raggi delle infinite circonferenze di centro O , e le relative tangenti a ciascun punto, sono date da:

$$\tan \rho = \frac{dy}{dx} = \frac{p}{y} = \frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} \quad \text{b]}$$

Nel nostro caso (Fig.1) possiamo prendere come esempio:

$$\tan \rho_5 = \frac{\overline{OP}}{O'A_5} = \frac{p}{R_5 \sin \beta_5} \quad \text{dove } p = 2\overline{VO} = 2R \quad \text{e pertanto la tangente nel}$$

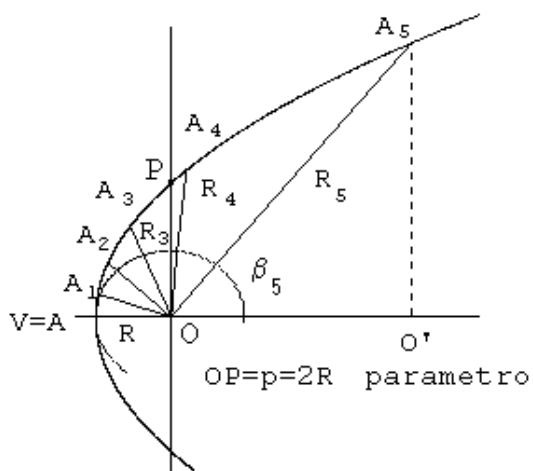


Fig. 1

punto $P(0, 2R)$ avrà angolo $\rho = 45^\circ$, per **b]** e per definizione.

Dalla **b]** si ha $\cos \alpha = \sin^2 \rho$ e dalla **a]** $\cos \beta = 1 - 2 \cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \rho = \cos 2\rho$ quindi $\beta = 2\rho$, cioè $\beta_5 = 2\rho_5$ **c]** (proprietà della parabola).

Per quanto detto (vedi le due precedenti figure) una parabola può dar luogo a infinite circonferenze mentre una circonferenza può essere considerata generata da infinite

parabole con il Fuoco nel suo centro, tutte date dall'Eq. del Moto degli Asteroidi. Analizziamo, dunque, il moto di una parabola ed un suo relativo moto circolare: consideriamo la seguente FIGURA:

FIGURA 2

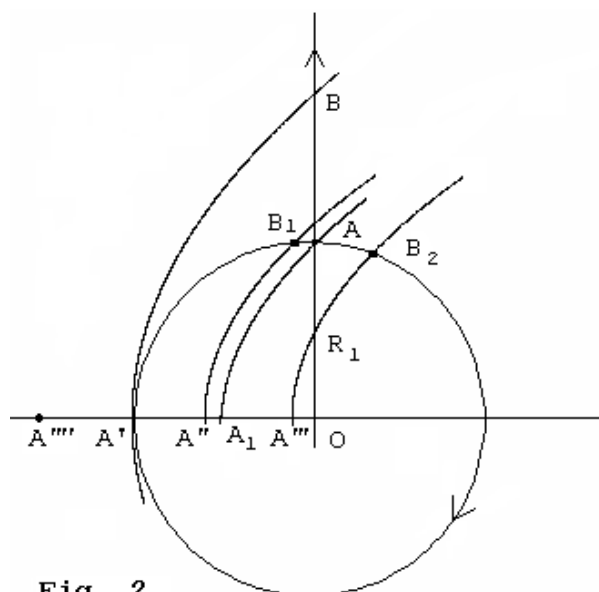


Fig. 2

Nella Fig. 2 supponiamo di avere una circonferenza di centro O e raggio R_1 , generata da una Eq. del Moto degli Asteroidi, che può essere una qualunque parabola, con un punto in comune con la circonferenza: questo vuol dire che la distanza AB di Fig.2 non può essere superiore a $OA = R_1$, altrimenti il vertice di tale parabola, dovendo essere per definizione di parabola $\overline{OB} = p = 2R_1$, cadrebbe in A''' e quindi non potrebbe generare la circonferenza segnata in figura.

Se l'Eq del Moto degli Asteroidi

avesse avuto il suo vertice in:

- 1) A' (punto in comune con la circonferenza) avremmo $AB = R_1$;
- 2) A'' e $\overline{OA''} > R_1/2$ avremmo $AB < R_1$ e $\neq 0$ e B_1 punto comune
- 3) A_1 e $\overline{OA_1} = R_1/2$ $AB = 0$ e A punto comune
- 4) A''' e $\overline{OA'''} < R_1/2$ con B_2 punto comune.

SULL'EQ. DEL MOTO DEGLI ASTEROIDI TRAMITE TANGENTE.

Se il punto A di una circonferenza, può essere anche punto di una qualunque parabola che in quel punto abbia valore tangenziale ρ_x , è ovvio che, se tale punto dovesse muoversi secondo tale valore tangenziale, esso percorrerebbe la relativa parabola.

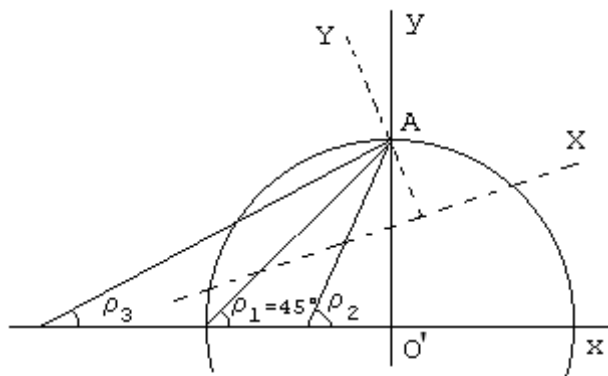


Fig. 6

Siano gli angoli ρ_1, ρ_2, ρ_3 , i valori delle tangenti delle parabole passanti per il punto A. Questi valori non possono essere che relativi, vedi Fig. 6, in quanto essi dipendono dal riferimento cartesiano scelto. Qui intendiamo il valore di tali angoli quello dato dalla incidenza della tangente con l'asse x del riferimento O' come in Fig. 6.

Analizziamo, dunque, quale è la parabola che il punto A dovrebbe percorrere se la sua tangente avesse il valore ρ_3 , il cui valore è quello dato da **b]**.

2) $45^\circ > \rho_3 > 0$ Caso di Fig. 7 dove la parabola ha il Fuoco nell'origine O' e non in O e nella posizione secondo quanto detto in Fig.6, con p =parametro.

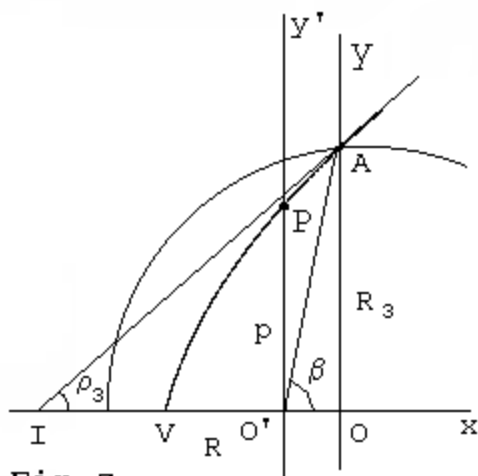


Fig. 7

In Fig.7 abbiamo:

$$A(OO'; R_3); \quad \text{con } \overline{OO'} = \frac{R_3}{\tan \beta}$$

$$\overline{VO'} = R = \frac{p}{2}.$$

mentre nel punto A la tangente (ρ_3) avrà valore per **b]**:

$$\tan \rho_3 = \frac{p}{y} = \frac{p}{R_3};$$

$$p = R_3 \tan \rho_3 = \overline{O'P} = 2\overline{VO'} = 2R$$

Poiché sappiamo per **c]** che $\beta = 2\rho_3$, conoscere l'angolo ρ_3 della tangente equivale a conoscere il valore dell'angolo β del punto A ma solo nel riferimento O' (non O).

In conclusione riferendoci all' esempio 2) se il punto A partisse secondo la tangente di valore ρ_3 , all'incremento di questi, esso percorrerebbe la relativa parabola, secondo quanto indicato sopra.