LA "VELOCITA AREALE" E LA SECONDA LEGGE DI KEPLERO!

Il Cap. VII°AREA E PERIMETRO ELLISSE ....Pag.5, oltre a riportare il concetto generale della velocità areale spiegato dal Graffi indica il significato geometrico di tale velocità; e ci specifica il rapporto che intercorre tra le aree dell' ellisse, scaturite dai raggi vettori del suo Centro o del suo Fuoco (caso che stiamo prendendo in esame) e gli angoli di riferimento E (anomalia eccentrica) ed M (anomalia media).
La formulazione della velocità areale ci dice che dS/dt, indica una proporzionalità tra le aree e il tempo, concetto estremamente generale.
Riproponendo la citazione del Graffi : «*L'area dS descritta da P-O nel tempo dt vale a meno di infinitesimi di ordine superiore, un settore circolare di raggio uguale a ρ (valore del raggio vettore all'istante t) e di angolo al centro dθ incremento di θ nell'intervallo (t,t+dt)». Si ha allora* $dS=\frac{1}{2}\rho^2 d\theta$*. Quindi la velocità areale è* $S'=\frac{dS}{dt}=\frac{1}{2}\rho^2\frac{d\theta}{dt}$*.»*
Nel nostro caso la geometria del CAP.VII° (Area e Perimetro dell'ellisse), ci indica che esiste un rapporto proporzionale, tra aree ed angoli, cioè (nel caso in esame) tra $\frac{S}{E} = \frac{A}{M} = \frac{1}{2}qm$ (S ed A aree percorse rispettivamente dal vettore-Centro e vettore-Fuoco ed E ed M i loro angoli di riferimento di una opportuna circonferenza), e che posto $\rho=\sqrt{qm}$, avremo che il relativo settore circolare della velocità areale può essere indicata dalle aree S o A a seconda che l'angolo al centro è E oppure M.
Nella formula stessa di S' indicata sopra, si vede che i rapporti $\frac{dS}{dt}$ *e* $\frac{d\theta}{dt}$ sono valori temporali, pertanto il generico valore $\frac{d\theta}{dt}$ può essere inteso come $\frac{dE}{dt}$ poiché dθ e dE rappresentano entrambi un incremento dell'angolo al centro di una circonferenza nello intervallo (t;t+dt) per cui possiamo scrivere

$$\frac{dS}{d\theta}=\frac{dS}{dE}=\frac{dA}{dM}=\frac{1}{2}\rho^2=\frac{1}{2}qm \qquad \textbf{1]}$$

come per l'appunto ci è indicato dalla geometria.

Per il fatto che nell'ellisse l'angolo β del vettore-Centro e l'angolo ω del vettore-Fuoco, sono entrambi funzioni di E, al pari di M, mediante il legame che intercorre tra loro:

$\tan\beta=\sqrt{1-e^2}\tan E$ e $\tan\frac{\omega}{2}=\frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e}\tan\frac{E}{2}$ o meglio $\cos\omega=\frac{\cos E-e}{1-e\cos E}$

possiamo scrivere:

$$\frac{dE}{dt}; \quad \frac{d\beta}{dt}; \quad \frac{dM}{dt} = \frac{d(E - e\sin E)}{dt}; \quad \frac{d\omega}{dt}$$

ed in tale riferimento temporale anche

$$\frac{dS}{dE} = \frac{dS}{d\beta} = \frac{dA}{dM} = \frac{dA}{d(E - e\sin E)} = \frac{dA}{d\omega} = \frac{1}{2}\rho^2 = \frac{1}{2}qm$$

Nella ellisse dunque la velocità areale è una proprietà non esclusiva, in quanto può essere riferita al suo centro, o ad un qualunque altro punto intermedio dell'asse, e quindi al suo fuoco, e da ciò che è stato detto attribuibile sia ad una Forza Centrale Indotta (Centro ellisse) sia ad una Forza Centrale (Fuoco dell'ellisse), pertanto la Seconda Legge di Keplero rientra in tale proprietà, anzi è una proprietà della ellisse, non è scientificamente attribuibile all' una (velocità areale del Centro-ellisse) o all'altra (velocità areale del Fuoco-ellisse), poiché entrambe nel concetto e nella dimostrazione coincidono e quello che si può affermare per l'una, vale per l'altra.
In altre parole la velocità areale S' definita dal Graffi è un concetto generale che definisce indifferentemente il nostro valore areale S o A, divenendo così impossibile una attribuzione di tale proprietà ad una specifica legge (II° Legge di Keplero), partendo esclusivamente dalla formula di definizione della velocità areale.