M.V. LE CICLOIDI A CENTRO IN ASTRONOMIA

Ricordiamo l'Equazione Parametrica di una ellisse (semplificata, su piano e di riferimento cartesiano ortogonale XOY) rispettivamente in forma generale e in forma lineare:

$$\begin{cases} |\overline{OA}|\cos\beta = q\cos\alpha \\ |\overline{OA}|\sin\beta = m\sin\alpha \end{cases} \qquad |\overline{OA}| = q\cos\alpha\cos\beta + m\sin\beta\sin\alpha$$

($|\overline{OA}|$ distanza dei punti dell'Ellisse dal proprio centro; q>m semi assi; β angolo del vettore $\overline{OA}$; α parametro, valore dell'angolo di una circonferenza di riferimento)
Riprendendo una nota di F.Zagar nella sua opera «ASTRONOMIA SFERICA E TEORICA», in cui accenna al problema che qui esaminiamo ma senza approfondirlo e considerando solo il caso di più circonferenze, ottenendo per le prime due una figura simile a quella di Figura A e chiamando il primo circolo "deferente" e gli altri epicicli.

Noi ispirandoci alle curve cicloidi indichiamo come <u>cicloidi a centro</u> quelle cicloidi che anzichè avere archi per contatto hanno il centro di una sul perimetro dell' altra avendo stabilito il rapporto anziché sugli archi soltanto sui rispettivi angoli.
Poiché l'Eq. Parametrica, sia nel caso delle cicloidi semplici che delle cicloidi a centro mi permette facilmente di sostituire al valore dei raggi di circonferenza(con i quali si esprimono nella letteratura classica le cicloidi) il valore delle distanze $\overline{OA}$ di Ellisse indicata sopra, mostriamo la curva relativa ad una cicloide a centro Ellittica, quando siano posti in relazione tra loro gli angoli relativi alle due Ellissi.

L'Ellisse nella sua forma Parametrica, indicata nella nota di geometria, è determinata da due angoli (β e α) e quindi i rapporti tra due eventuali ellisse che si muovono secondo detto sopra, possono essere: uno tra gli angoli Beta nel tipo Caso 1] $\frac{\beta_0}{\beta_1} = P_R$

l'altra tra gli angoli Alfa nel tipo Caso 2] $\frac{\alpha_0}{\alpha_1} = P_R$.

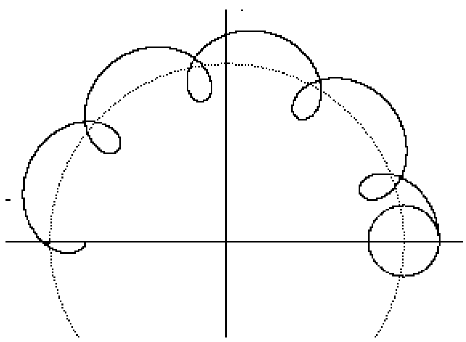

Figura A

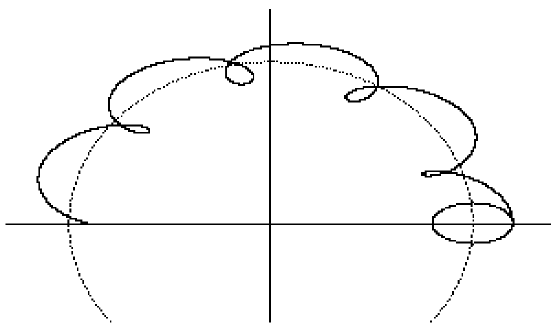

Figura B

Ora poiché gli archi di ellisse tramite l'integrale ellittico di seconda specie che li calcola, è funzione dell'angolo α e quindi ad un costante rapporto tra gli angoli alfa delle due ellissi vi è un costante rapporto tra i relativi archi, ne tracciamo la cicloide in

Figura B, usando il rapporto del caso 2], osservando che per valori dei semiassi di ellissi vicini tra loro (eccentricità tendente a zero) la Figura B tende ad assumere l'aspetto di Figura A.
Nell'esempio di Figura A e B le circonferenze e le ellissi hanno raggio e semiasse maggiore uguali ed uguale valore P_R, il cui valore determina il numero delle spire o periodi delle cicloidi.

Un eclatante caso è il moto della Luna rispetto al centro-ellisse della Terra: in questo caso il periodo P_R, che ci interessa, è dato dal rapporto dei periodi di rivoluzione di entrambi, tenendo presente che:
(α_T * Periodo Rivoluzione Terra) = (α_L * Per. Rivoluz. Luna) = 2π per cui:

$$\frac{\alpha_L}{\alpha_T} = \frac{\text{P.R.Terra}}{\text{P.R.Luna}} = P_R \quad \text{in numeri} \quad \frac{365{,}24}{27{,}21222\ (\text{P.R.Draconitico})} = 13{,}421911$$

Indichiamo l'Eq. Parametrica in forma lineare della curva ottenuta in Figura 1:

$$\overline{OL} = (q_T \cos\alpha + q_L \cos(\alpha P_R))\cos\beta + (m_T \sin\alpha + m_L \sin(\alpha P_R))\sin\beta$$

essendo OL la distanza della cicloide dal centro-ellisse della Terra, P_R il numero delle spire ricavato, gli α i valori parametrici da zero a 360 e $q_T > m_T$ con $q_L > m_L$ semiassi rispettivamente della Terra (ellisse grande o deferente) e della Luna (ellisse piccola o primo degli epicicli) e dove i raggi della figura la dividono in ciascun periodo o mese Draconitico (avendo scelto il P.R. Draconitico).

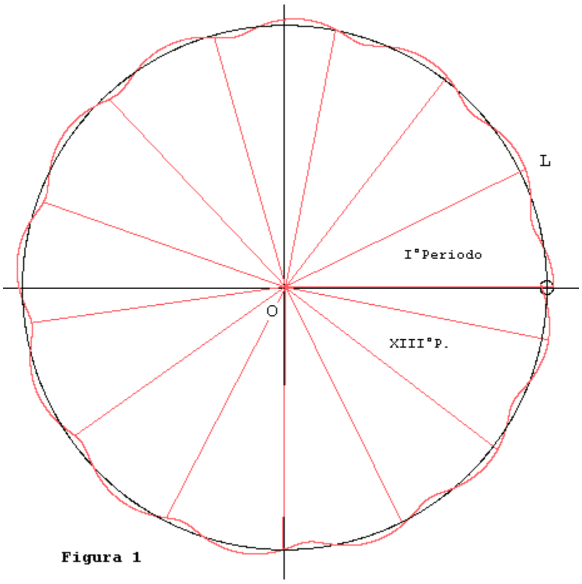

Figura 1

La curva cicloide a centro indicata è data supponendo le due rivoluzioni senza l'aggiunta di nessuna variabile, neanche quella semplice della non complanarità delle rivoluzioni. Quest'ultimo caso non altera in nessun modo la generalità delle curve cicloidi a centro in quanto la proiezione di una ellisse su un altro piano di angolo ε dove è descritta la cicloide a centro, è data dall' Eq. Parametrica generale (rifacendoci a ciò che è stato indicato nelle note di geometria ed indicando OM come proiezione di OA sul piano sviluppo) secondo una nuova ellisse:

$$\begin{cases} |\overline{OM}| \cos\beta' = \overline{OA}\cos\beta = q\cos\alpha \\ |\overline{OM}| \sin\beta' = \overline{OA}\sin\beta\cos\varepsilon = (m\sin\alpha)\cos\varepsilon \end{cases}$$

tenendo solo presente (come ci indica la espressione) che per q<m e $\cos\varepsilon = \frac{q}{m}$, OA è la distanza dei punti di una Ellisse ma OM diventa raggio di una circonferenza.

Noi possiamo con lo stesso sistema tracciare il moto di un punto anche rispetto a tre epicicli (ellissi) o ad un qualunque numero di essi. Infatti applicando alla Eq. Parametrica la semplice regola del parallelogramma si può ricavare la curva ottenuta da tre ellissi quando sia noto P_R tra gli angoli parametrici α delle rispettive ellissi (cioè tra la prima e la seconda (P_{R12}) e tra la seconda e la terza ellisse (P_{R23}), che in Astronomia abbiamo visto essere dati dai rispettivi Periodi di Rivoluzione) si ottiene una curva del tipo Figura C (per ellissi complanari).

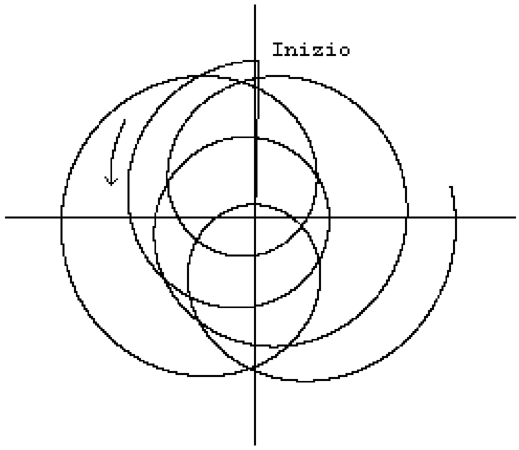

Figura C

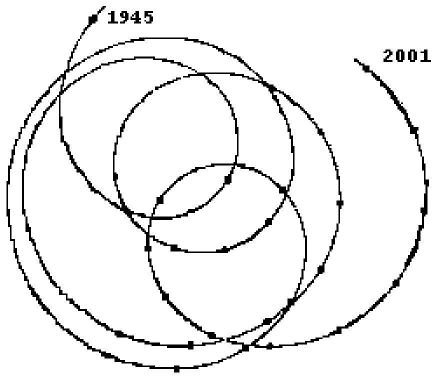

Figura D

Tale curva è ottenuta con valori a fantasia di P_R solo dimostrativi dell'esempio, ma possono essere mirati.
Ora, se prendiamo in esame la curva Figura D delle orbite descritte dal centro del Sole, ricavata per punti osservati dal 1945 al 2001, rispetto al Baricentro del sistema Solare e al moto di questo nello spazio (dunque a tre Ellissi), ci si accorge che la curva Figura C da noi indicata è del tutto simile, e che quindi le orbite descritte dal sole sono curve di una cicloide a centro, e non generiche «spirali», come i signori astronomi,le definiscono.

BIBLIOGRAFIA:

Zagar F.«ASTRONOMIA SFERICA E TEORICA» -Zanichelli EDITORE-Bologna