

**Nella Geometria Parametrica in un riferimento cartesiano (ortogonale), il luogo geometrico dei punti che distano dall'origine la somma algebrica di una costante  $p(p \in \mathbb{R}^+)$  ed una coordinata di tali punti, cioè:**

$(p \pm y)$  (aperta verso +l'alto, -in basso; y asse di simmetria)

$(p \pm x)$  (aperta verso +destra, -sinistra; x asse di simmetria)

**dà luogo ad una curva chiamata Parabola e l'Origine è detto Fuoco, e il campo di variabilità di tali coordinate è:**

$$\left(-\frac{p}{2}; +\infty\right) \quad \text{oppure} \quad \left(+\frac{p}{2}; -\infty\right)$$

Dove  $p$ =Parametro della Parabola e  $p/2$ =distanza del Vertice della Parabola dal Fuoco (Origine).

**Valori Parametrici:**

$$a) \quad \begin{cases} (p \pm x) \cos \beta = x \\ (p \pm x) \sin \beta = y \end{cases} \quad (p \pm x)^2 = x^2 + y^2$$

$$b) \quad \begin{cases} (p \pm y) \cos \beta = x \\ (p \pm y) \sin \beta = y \end{cases} \quad (p \pm y)^2 = x^2 + y^2$$

da cui l'Equazione per punti della **Parabola con il Fuoco nell'Origine:**

$$y^2 = p^2 \pm 2px \quad (\text{concavità verso l'asse delle } x)$$

$$x^2 = p^2 \pm 2py \quad (\text{concavità verso l'asse delle } y)$$

Sviluppando:

$$(p \pm x) \cos \beta = x \Rightarrow [x] = \left[ \frac{p}{1 \mp \cos \beta} \cos \beta \right]; \quad [x] \sin \beta = y \cos \beta \quad y = \left[ \frac{p}{1 \mp \cos \beta} \right] \sin \beta$$

possiamo scrivere:

**Eq. Polare e Parametrica con Fuoco nell' Origine:**

$$OA = \frac{p}{1 \mp \cos \beta} \quad \begin{cases} OA \cos \beta = \frac{p}{1 \mp \cos \beta} \cos \beta = x \\ OA \sin \beta = \frac{p}{1 \mp \cos \beta} \sin \beta = y \end{cases}$$

**Eq. Parametrica con il Vertice nell' Origine:**

$$\begin{cases} OA \cos \beta = x = \frac{2p}{\tan^2 \beta} \\ OA \sin \beta = y = \frac{2p}{\tan \beta} \end{cases} \quad y = x \tan \beta; \quad y \tan \beta = x \tan^2 \beta = 2p$$

dalla prima espressione abbiamo l'equazione per punti:

$$OA = \frac{2p \cos(\beta)}{\sin^2(\beta)}; \quad OA = \frac{\frac{2px}{y^2}}{\frac{OA}{OA^2}} = \frac{2px}{y^2} \quad \Rightarrow y^2 = 2px$$

**Parametrica in COSENO:**

$$\text{Punto: } \left( \frac{R}{\cos^2(\alpha)} \cos(2\alpha), \frac{R}{\cos^2(\alpha)} \sin(2\alpha) \right) \quad (R=\text{parametro})$$

Curva:  $(R(1 - \tan^2(\alpha)), 2R \tan(\alpha), \alpha, 0, 2\pi)$

**Da Conica a Parametrica** di angolo  $(\beta)$

da Conica  $f(x) = ax^2 + bx + c = x(ax + b) + c = y_1 + c$

a Parametrica con  $\frac{y_1}{x} = \tan(\beta) = ax + b; \quad x = \frac{\tan(\beta) - b}{a}$

$$y_1 = \frac{[(\tan(\beta) - b)^2 + (\tan(\beta) - b)]}{a} = \frac{\tan(\beta) - b}{a} \tan(\beta) \text{ tenendo presente di fare}$$

*prima*  $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$  e poi  $\beta \in (\pi/2, \pi)$ ;

Curva Parametrica;  $[(\tan(\beta) - b) / a, ((\tan(\beta) - b) / a) \tan(\beta) + c, \beta, 0, \pi]$

#### PARABOLA DI VAG

**Parabola Parametrica (fuoco nell'Origine):**

**Aperta a sinistra**

è Eq. Di Vag di una parabola di parametro  $p=2R$ .

$$\text{a] } \frac{R}{\cos \alpha} = \frac{R}{\cos \alpha} (1 - 2 \cos \alpha) \cos \beta + \frac{R}{\cos \alpha} (\pm 2 \sqrt{\cos \alpha (1 - \cos \alpha)}) \text{sen} \beta$$

ma moltiplicando i membri dell'Eq. di Vag per  $\cos \alpha$  :

$$\text{b] } R = R(1 - 2 \cos \alpha) \cos \beta + R(\pm 2 \sqrt{\cos \alpha (1 - \cos \alpha)}) \text{sen} \beta$$

è Eq. di Vag di una circonferenza di raggio R.

**Aperta a destra**

$$\frac{R}{\cos \alpha} = -\frac{R}{\cos \alpha} (1 - 2 \cos \alpha) \cos \beta + \frac{R}{\cos \alpha} (\pm 2 \sqrt{\cos \alpha (1 - \cos \alpha)}) \text{sen} \beta$$

**Aperta in alto**

$$\frac{R}{\cos \alpha} = \frac{R}{\cos \alpha} [\pm 2 \sqrt{\cos \alpha (1 - \cos \alpha)}] \cos \beta + \frac{R}{\cos \alpha} (1 - 2 \cos \alpha) \text{sen} \beta$$

**Aperta in basso.**

$$\frac{R}{\cos \alpha} = \frac{R}{\cos \alpha} [\pm 2 \sqrt{\cos \alpha (1 - \cos \alpha)}] \cos \beta + \frac{R}{\cos \alpha} - (1 - 2 \cos \alpha) \text{sen} \beta$$

M.Vaglieco